

Задание 9 (на 09.11).

ML 43. Докажите, что:

- а) множество \mathbb{Q} со стандартным порядком изоморфно множеству \mathbb{Q}_+ (множество положительных рациональных чисел) со стандартным порядком (т. е. существует биекция, которая сохраняет порядок);
- б) счетное множество M , на котором задан плотный порядок (т.е. между любыми двумя элементами есть еще один элемент) и в котором нет минимального и максимального элемента, изоморфно множеству \mathbb{Q} со стандартным порядком;
- в) любая замкнутая формула логики первого порядка истинна в интерпретации $(M, <)$ (где M — счетное множество без минимального и максимального элемента, а порядок $<$ плотный) тогда и только тогда, когда она истинна в интерпретации $(\mathbb{Q}, <)$;

ML 44. Покажите, что в интерпретации $(\mathbb{Z}, =, <)$ предикат $y = x + 1$ невыразим при помощи бескванторной формулы.

ML 45. Выразим ли предикат $x = 0$ в интерпретации $(\mathbb{N}, =, <)$ а) бескванторной формулой; б) любой формулой.

ML 46. Можно ли в данной интерпретации провести элиминацию кванторов $(\mathbb{Q}, =, +)$? Если нет, то можно ли добавить какой-нибудь выразимый предикат так, чтобы с новым предикатом элиминация квантором стала возможной.

ML 47. Можно ли в данной интерпретации провести элиминацию кванторов $(\mathbb{Q}, =, S)$, где S — прибавление единицы? Если нет, то можно ли добавить какой-нибудь выразимый предикат так, чтобы с новым предикатом элиминация кванторов стала возможной.