28 сентября 2017

1. Найти общее решение следующих линейных однородных рекуррентных соотношений второго порядка:

$$a_{n+2} = 7a_{n+1} - 12a_n; \quad a_{n+2} = -4a_{n+1} - 4a_n; \quad a_{n+2} = 4a_{n+1} - 13a_n;$$

2. Решить следующие линейные однородные рекуррентные соотношения второго порядка:

$$\begin{aligned} &a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n, && a_0 = 2,\ a_1 = 6; \\ &a_{n+2} = -2a_{n+1} - a_n, && a_0 = 2,\ a_1 = 6; \\ &a_{n+2} = 2\sqrt{2}a_{n+1} - 4a_n, && a_0 = 1,\ a_1 = 2; \end{aligned}$$

3. Построить общее решение рекуррентного соотношения вида

$$a_{n+5} = 2a_{n+4} + 16a_{n+1} - 32a_n$$

4. Построить общее решение неоднородного рекуррентного соотношения второго порядка:

$$a_{n+2} = 5a_{n+1} - 4a_n + 3 \cdot 2^n;$$

5. В теннисном турнире участвуют $2n$ игроков. Составить и решить рекуррентное соотношение дял количества a_n различных пар, которые можно сформировать для n матчей первого круга.

6. Рассмотрим плоскость (x, y). Предположим, что мы можем ходить по плоскости, делая шаг вверх (U), шаг вправо (R) и шаг влево (L) на единицу длины так, чтобы шаг R никогда не следовал за шагом L и наоборот. Подсчитать количество a_n таких путей после n шагов.

7. Пути Моцкина длины n — это пути из точки $(0, 0)$ в точку $(n, 0)$, состоящие из шагов $(1, 1)$, $(1, 0)$ и $(1, -1)$ и не опускающиеся ниже оси абсцисс. Напишите рекуррентную формулу для количества таких путей.