

Динамическое программирование

24 сентября 2017 г.

1. Ширина разреза (cutwidth) линейного упорядочивания вершин π графа $G = (V, E)$ это

$$\max_{x \in V} |\{wx \in E : \pi(w) \leq \pi(v) < \pi(x)\}|.$$

Cutwidth графа G это минимальное значение cutwidth взятое по всем различным линейным упорядочиваниям вершин $V(G)$. Докажите, что cutwidth графа с n вершинами можно найти за время $O^*(2^n)$.

2. В задаче EXACT SET COVER необходимо для данного универсума элементов \mathcal{U} и коллекции \mathcal{S} подмножеств \mathcal{U} найти подмножество минимального размера $\mathcal{S}' \subset \mathcal{S}$, которое разбивает \mathcal{U} , то есть $\cup_{S \in \mathcal{S}'} S = \mathcal{U}$ и для любых различных $S, S' \in \mathcal{S}'$ $S \cap S' = \emptyset$. Постройте алгоритм который решает задачу EXACT SET COVER за $O(nm2^n)$, где n количество элементов в универсуме, а m — количество подмножеств в \mathcal{S} .
3. В задаче DOMATIC NUMBER дан граф G и требуется найти наибольшее k такое, что $V = V_1 \sqcup V_2 \sqcup \dots \sqcup V_k$ и для любого i множество V_i является доминирующим множеством в графе G . Постройте алгоритм с временем работы $O^*(3^n)$, который находит доматическое число (решает задачу DOMATIC NUMBER).
4. В задаче EXACT SAT (XSAT) требуется для данной формулы в КНФ выполнить ровно одну переменную из каждого клона. Покажите, что XSAT допускает алгоритм со временем работы $O^*(2^m)$, где m — число клонов в формуле.