

1. (1) Применяя дифференцирование по параметру, вычислите $\int_0^{\pi/2} \ln(\alpha^2 - \sin^2 x) dx, \alpha > 1.$

2. (1) Вычислите вторую производную функции $\Phi(\alpha) = \int_0^\alpha (x+\alpha)f(x) dx,$ если f — дифференцируемая на \mathbb{R} функция.

Исследуйте интегралы на равномерную сходимость на заданном множестве (3-4).

3. (1) $I(\alpha) = \int_2^\infty \frac{\ln^2 x \cdot \sin 3x}{(x-1)^\alpha} dx, E = [\alpha_0; \infty), \alpha_0 > 1.$

4. (1) $I(\alpha) = \int_0^\infty x^2 e^{-\alpha x^4} dx, E_1 = [\alpha_0; \infty), \alpha_0 > 0, E_2 = [0; \infty).$

Перед выполнением задач (5-7) изучите файл с примерами.

5. (1) Используя интеграл Дирихле или интеграл Фруллани, вычислите $\int_0^\infty \frac{\alpha x \cos x - \sin \alpha x}{x^2} dx, \alpha > 0.$

6. (1) Вычислите $\int_0^\infty \frac{e^{-\alpha x} - e^{-\beta x}}{x} \sin \lambda x dx, \alpha, \beta > 0, \lambda \neq 0.$

7. (1) Используя интеграл Эйлера-Пуассона, докажите, что $\int_{-\infty}^\infty e^{-\alpha x^2 + 2\beta x} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} e^{\beta^2/\alpha^2}, \alpha > 0.$

Используя эйлеровы интегралы, вычислите (или выразите зависимость от Гаммы или Беты) (8-9)

8. (1) $\int_0^\infty \frac{\sqrt{x} \ln x}{x+1} dx.$

9. (1) $\int_0^\pi \frac{\sin^p x}{1 + \cos x} dx, p > 1.$