

ДЗ на 16 октября

- 1) В евклидовом пространстве даны два вектора u, v одинаковой длины. Докажите, что найдётся ортогональный оператор, переводящий u в v и оставляющий на месте (точечно) некоторую гиперплоскость. б) Докажите, что любой ортогональный оператор - композиция нескольких операторов из п.1.
- 2) Дана ортогональная (вещественная) матрица 4×4 , в которой все элементы равны по модулю (таковая более-менее единственна и мы её почти выписывали). Напишите её и выясните, что там происходит: поворот(ы) в каких плоскостях и на какой угол(углы), нужно ли ещё зеркальное отражение применить, вот это всё.
- 3) Докажите, что в трехмерном пространстве с базисом e_1, e_2, e_3 любое ортогональное преобразование, сохраняющее ориентацию можно представить в виде ABC , где A, C — повороты в плоскости e_1, e_2 , B — поворот в плоскости e_1, e_3 .
- 4) Дано вещественное пространство над \mathbb{R} и а) оператор такой, что $A^3 = E$ б) два оператора такие, что $A^3 = B^2 = E, AB = BA^2$. Докажите, что можно завести структуру евклидова пространства так, что эти операторы станут ортогональными.
- 5) Унитарный вектор переводит некоторый ненулевой вектор в ортогональный ему. Доказать, что все его собственные числа (лежащие на единичной окружности) нет возможности покрыть дугой этой окружности, меньшей чем полукруг.