

Задание 8 (на 06.04).

СС 44. Покажите, что:

- а) если $\mathbf{VPTIME}[f(n)] = \mathbf{VPTIME}[g(n)]$, то $\mathbf{VPTIME}[f(h(n))] = \mathbf{VPTIME}[g(h(n))]$, где f, g, h — конструктивные по времени, $f(n), g(n) \geq \log n$, $h(n) \geq n$ — возрастающая функция;
- б) $\mathbf{DTIME}[f(n)] \subseteq \mathbf{VPTIME}[f(n)] \subseteq \mathbf{DTIME}[2^{O(f(n))}]$;
- в) $\mathbf{BPP} \subseteq \mathbf{VPTIME}[n^{\log n}] \subsetneq \mathbf{VPTIME}[2^n]$.

СС 45. Определим язык $\mathbf{QNR} = \{(y, m) \mid y \text{ не является квадратичным вычетом по модулю } m\}$, докажите, что $\mathbf{QNR} \in \mathbf{IP}$.

СС 46. \mathbf{VPL}_H — это класс языков, для которых существует вероятностная машина Тьюринга M , которая использует логарифмическую память, останавливается с вероятностью 1, и для всех x выполняется, что $\Pr[M(x) = L(x)] \geq \frac{2}{3}$. Покажите, что $\mathbf{VPL}_H \subseteq \mathbf{P}$.

СС 47. Докажите, что $\mathbf{BPP} = \mathbf{BPP}^{\mathbf{BPP}}$.

СС 48. Докажите, что $\mathbf{BPP}/\text{poly} \subseteq \mathbf{P}/\text{poly}$ (\mathbf{BPP}/poly — класс языков, которые разрешаются вероятностными (есть специальные гейты, куда подаются случайные биты) схемами полиномиального размера).

СС 26. (подсказка: $\mathbf{NEXP}^{\mathbf{NP}}$ vs. \mathbf{NEXP}) Докажите, что если $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$, то существует язык из \mathbf{EXP} , схемная сложность которого не меньше $\frac{2^n}{10n}$.

СС 37. (подсказка: представьте формулу, как дерево и найдите “среднюю” вершину) Покажите, что язык можно разрешить булевой формулой размера s тогда и только тогда, когда этот язык можно разрешить булевой схемой глубина $O(\log(s))$.

СС 40. Докажите, что если $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{BPP}$, то $\mathbf{NP} = \mathbf{RP}$.

СС 43. (подсказка: понизьте ошибку) Докажите, что $\mathbf{MA} \subseteq \mathbf{AM}$.