

# Префиксная сложность, случайность по Мартин-Леффу.

3 мая 2017 г.

1. (a) Докажите, что ряд  $\sum_{x \in \{0,1\}^*} 2^{-KS(x)}$  расходится.  
(b) Докажите, что ряд  $\sum_{x \in \{0,1\}^*} 2^{-KP(x)}$  сходится.
2. Докажите, что для любого  $m$ , для всех достаточно больших  $n$  найдется не менее  $m$  слов  $x$  длины  $n$  таких, что  $KS(x) \geq n$ .
3. Докажите, что для префиксной колмогоровской сложности выполняется неравенство:

$$KP(x, y) \leq KP(x) + KP(y) + O(1).$$

4. Докажите, что

$$KP(x) \leq KS(x) + \log KS(x) + 2 \log \log KS(x) + O(1).$$

5. Докажите, что для любой константы  $c$ , для бесконечно многих  $x$  =

$$KP(X) > KS(x) + c.$$

6. Докажите, что следующие последовательности не являются случайными по Мартину-Леффу:

- $x_1 0 x_3 0 x_5 0 \dots x_{2n+1} 0 x_{2n+3} \dots$ ,
- $x_1 x_1 x_2 x_2 x_3 x_3 \dots x_n x_n \dots$

7. Докажите, что в любой случайной по Мартин-Леффу последовательности  $x_1 x_2 x_3 \dots$  встречаются сколь угодно длинные последовательности нулей.