

ДЗ на 10 марта

- 1) Дано пространство с базисом v_1, v_2, \dots, v_m . Пусть U — линейная оболочка векторов вида $v_i + v_{i+1}$, V — векторов вида $v_i - v_{i-1}$, W — векторов вида $v_{i-1} + v_{i+1}$. Найдите базис $U \cap V$, $U \cap W$.
- 2) Сколькими способами можно выбрать 4-мерное подпространство U в 6-мерном пространстве V над полем F_p вычетов по модулю p так, чтобы $U + W = V$, где W — фиксированное, также 4-мерное подпространство?
- 3) K — поле. $K[x]_n$ — то же, что и раньше. а) Докажите, что отображение $D : K[x]_n \rightarrow K[x]$ линейно, найдите его ядро и образ. б) С помощью пункта а) опишите все многочлены с рациональными коэффициентами, принимающие в целых точках целые значения.
- 4) $A : V \rightarrow V$ — линейное отображение, такое, что $A(A(x)) = 0$ для любого x . Докажите, что $V = \ker(A + E) \oplus \ker(A - E)$ (E тождественное отображение).
- 5) $A : V \rightarrow V$, $B : V \rightarrow V$ — линейные отображения, такие, что $A(A(x)) = B(B(x)) = 0$ для любого x . Доказать, что если $\dim(V)$ нечетна, то найдётся $x \neq 0$, такой, что $A(x) = B(x) = 0$.