Ниже сформулирована задача 11 для группы SE; решение этой задачи должно соответствовать следующему образцу. Для того чтобы доказать, что факторгруппа G/H изоморфна группе J, нужно явно указать такой гомоморфизм f, действующий из G в J, что $\operatorname{Ker} f = H$ и $\operatorname{Im} f = J$. Если гомоморфизм f найден, то из теоремы о гомоморфизме для групп следует, что $G/H \cong J$.

Пример. Докажем, что $\mathbb{C}^\times/\mathbb{R}_{>0} \cong \mathbb{T}$. Доказательство: возьмем в качестве f отображение, действующее из $\mathbb{C}^\times$ в $\mathbb{T}$ по правилу $z \mapsto \frac{z}{|z|}$ для любых $z \in \mathbb{C}^\times$. Это определение корректно, так как $\forall\, z \in \mathbb{C}^\times \left(\left|\frac{z}{|z|}\right| = 1\right)$; f — гомоморфизм; его ядро есть $\{z \in \mathbb{C}^\times \mid \frac{z}{|z|} = 1\}$, что равно $\mathbb{R}_{>0}$; его образ есть $\mathbb{T}$.

Формула для гомоморфизма f должна сопровождаться хотя бы краткой проверкой того, что f обладает требуемыми свойствами!

(**2**) 11. а) Пусть $n \in \mathbb{N}$; докажите, что $\mathbb{C}^\times/\mu_n \cong \mathbb{C}^\times$.

б) Докажите, что $\mathbb{Q}^+/\mathbb{Z}^+ \cong \mu_\infty$ (μ_∞ — группа комплексных корней всех степеней из единицы).

в) Пусть $n \in \mathbb{N}$; обозначим через H подгруппу-“звезду” $\mu_n\mathbb{R}_{>0}$ группы $\mathbb{C}^\times$; докажите, что $\mathbb{C}^\times/H \cong \mathbb{T}$.