

# Древесная ширина, treewidth (ДЗ).

28 октября 2017 г.

1. Покажите, что если граф  $H$  является минором  $G$ , то  $tw(H) \leq tw(G)$ .
2. Покажите, что операция добавления вершины на ребро, то есть замена ребра  $uv$  цепочкой из двух ребер  $uw, wv$  не увеличивает древесную ширину простого графа, если же мы работаем с мультиграфом то древесная ширина могла возрасти с 1 до 2.
3. Покажите, что древесная ширина графа совпадает с максимальной древесной шириной одного из блоков(двусвязная компонента) графа.
4. Покажите, что графы экспандеры не имеют ограниченной древесной ширины(если Вы не знаете определение графа-экспандера пропустите данную задачу)
5. Постройте алгоритм с временем работы  $2^{pw(G)}poly(n)$  для задачи MINIMUM BISECTION, если нам дано путевое разложение графа  $G$  с шириной  $pw$ . В задаче MINIMUM BISECTION надо разбить графа на две равные части так, чтобы между ними проходило минимальное количество ребер.
6. Придумайте алгоритм, который по заданному путевому разложению с шириной  $pw$  графа  $G$  находит количество различных совершенных паросочетаний в графе  $G$ .
7. Постройте алгоритм который находит количество совершенных паросочетаний в двудольном графе за время  $2^{\frac{n}{2}}poly(n)$
8. Покажите, что имея древесное разложение  $T$  с шириной  $k$ , можно построить хорошее древесное разложение с шириной  $k$  за время  $O(k^2(|V(T)| + |V(G)|))$  и при этом соответствующее дерево будет содержать не более  $O(kn)$  узлов.