Верхние оценки на размер dag-like коммуникационных протоколов

Анастасия Софронова

Научный руководитель: Дмитрий Олегович Соколов

Коммуникационные протоколы:

$$f(x, y) = ?$$

$x \in U$

$y \in V$

Коммуникационные протоколы:

$$f(x, y) = ?$$

$x \in U$

$$\xrightarrow{r_1 = a(x)}$$

$y \in V$

Коммуникационные протоколы:

$$f(x, y) = ?$$

$x \in U$ $\qquad$ $y \in V$

$$r_1 = a(x) \longrightarrow$$

$$\longleftarrow r_2 = b(y, r_1)$$

Коммуникационные протоколы:

$$f(x,y) = ?$$

$x \in U$

$r_1 = a(x)$ $\longrightarrow$

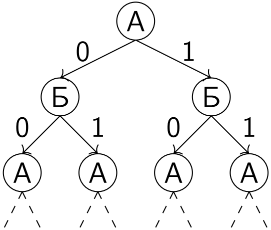
$r_2 = b(y, r_1)$ $\longleftarrow$

$\longrightarrow$

$\longrightarrow$

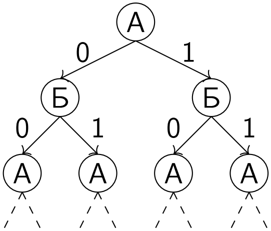
$\vdots$

$y \in V$

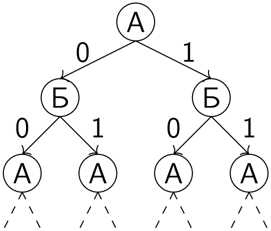


Изначально в корне дерева находится фишка; пересылая бит, игрок перемещает её вниз по дереву.

Коммуникационная сложность задачи – минимальная глубина протокола.



В каждой вершине дерева мы решаем, куда идти дальше.
Можно ли объединить вершины с одинаковыми поддеревьями и рассматривать вместо дерева dag?



В каждой вершине дерева мы решаем, куда идти дальше.
Можно ли объединить вершины с одинаковыми поддеревьями и рассматривать вместо дерева dag?

Будем отвечать на другой вопрос: не *куда идти*, а *подходит ли нам текущая вершина*?

Dag-like протоколы:

- Каждая вершина v помечена прямоугольником $R_v = A \times B$, $A \subseteq U$, $B \subseteq V$.
- Корень помечен $U \times V$.
- Если u и w – дети v, то $R_v \subseteq R_u \cup R_w$.
- Листья помечены «ответами».
- Если $x \in R_v$, то вершина v – хорошая для входа x.

Dag-like протоколы:

- Каждая вершина v помечена прямоугольником $R_v = A \times B$, $A \subseteq U$, $B \subseteq V$.
- Корень помечен $U \times V$.
- Если u и w – дети v, то $R_v \subseteq R_u \cup R_w$.
- Листья помечены «ответами».
- Если $x \in R_v$, то вершина v – хорошая для входа x.

Условие $R_v \subseteq R_u \cup R_w$ гарантирует, что у хорошей вершины v есть хотя бы 1 хороший потомок.

Пусть φ – невыполнимая формула в КНФ, x, y – некоторое разделение переменных. Тогда $Search_\varphi = \{(x, y, i) : C_i(x, y) = 0\}$, т.е. мы сопоставляем подстановке дизъюнкт, который она опровергает.

Dag-like протоколы для $Search_\varphi$ можно получать из систем доказательств
(например, из резолюционного доказательства).

Существует отношение $Search_{\varphi}$, tree-like протокол для которого имеет размер $2^{\Omega(n^{\epsilon})}$, при этом размер dag-like протокола линеен от количества переменных.

Существует отношение $Search_{\varphi}$, tree-like протокол для которого имеет размер $2^{\Omega(n^{\epsilon})}$, при этом размер dag-like протокола линеен от количества переменных.

В [Göös, Pitassi, 2014] приведён пример формулы φ, для которой размер tree-like протокола для отношения $Search_{\varphi}$ не менее $2^{\Omega(n^{\epsilon})}$.

Dag-like протокол размера линейного от количества переменных строится конструктивно.

Что будет, если заменить условие *«у вершины есть хотя бы один хороший потомок»* на условие *«у вершины есть ровно один хороший потомок»*?

Что будет, если заменить условие *«у вершины есть хотя бы один хороший потомок»* на условие *«у вершины есть ровно один хороший потомок»*?
В терминах деревьев конструкции будут совершенно разные. Это имеет отношение к различию коммуникационных классов P и NP.

По любому dag-like протоколу можно построить dag-like протокол такой, что для вершины v, допустимой для входа x, ровно один ребёнок v допустим для x, с линейным увеличением размера.

Таким образом, в терминах dag-like протоколов детерминированные и недетерминированные вычисления ничем не отличаются.