

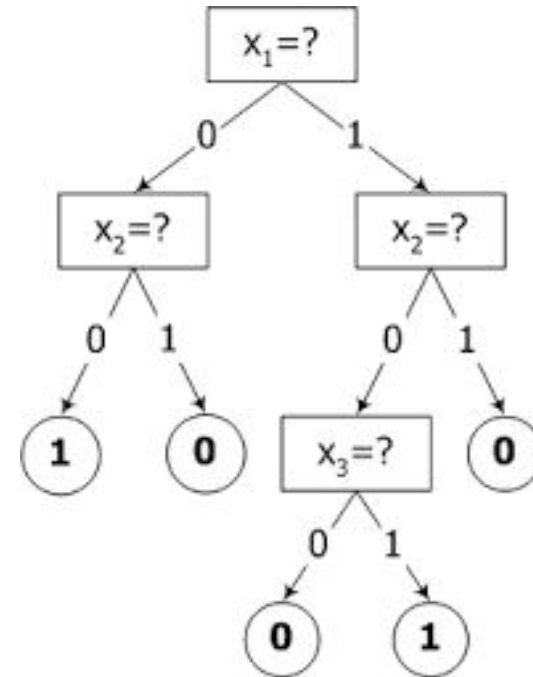
Автор: Софронова Анастасия

Руководитель: Ицыксон Дмитрий Михайлович

# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Невыполнимые булевы формулы в КНФ.

Одним из способов доказать невыполнимость формулы является построение дерева расщепления. Я доказывала нижнюю оценку  $2^n$  на размер дерева расщепления для принципа Дирихле.



- Принцип Дирихле представляется в виде булевой формулы следующим образом:
  - Переменные  $x_{ij}$  отвечают за то, сидит ли кролик  $i$  в клетке  $j$ .
  - Длинные дизъюнкты  $\bigvee_{j \in [n]} x_{ij}$  for  $i \in [m]$ .
  - Короткие дизъюнкты  $\bar{x}_{i_1, j} \vee \bar{x}_{i_2, j}$  for  $i_1, i_2 \in [m]; j \in [n]$ .
- Оценка для принципа Дирихле — это уже известная задача, доказательство которой использует несимметричную игру.
- Интересно было получить непосредственное доказательство, не использующее игры.

## Основные идеи решения:

Короткие дизъюнкты опровергаются быстро, такие листья нас не интересуют.

Подстановка нулей никак не вредит коротким дизъюнктам. Единица опровергает короткий дизъюнкт, только если в этой клетке уже кто-то сидит.

Для полного бинарного дерева оценка на размер легко получается из оценки на глубину.

Отсюда идея — сделаем из дерева полное бинарное, отрезав/сжав ненужные вершины и рёбра, а затем докажем, что все листья лежат на глубине хотя бы  $n$  ( $n$  — количество клеток).

Что получилось:

Непосредственное доказательство для дерева расщепления.

Что не получилось:

Доказательство для случая ориентированного ациклического графа (можно склеивать одинаковые поддеревья).

# ПОСЕЩЕНИЕ СЕМИНАРОВ

- Также каждую пятницу я посещала семинары в ПОМИ РАН. Были прочитаны доклады на темы:
  - Магические графы
  - Матричные игры
  - Вероятностные алгоритмы
  - Разрешимость и замощения плоскости
  - Древесная ширина
  - $Dtime[t(n)] \subseteq DSpace\left[\frac{t(n)}{\log(n)}\right]$

- Мною был прочитан доклад опять же о нижней оценке на размер дерева расщепления для принципа Дирихле.
- Я рассказала о доказательстве оценки  $2^{\Omega(n \log n)}$ , описанной в статье «A Lower Bound for the Pigeonhole Principle in Tree-like Resolution by Asymmetric Prover-Delayer Games». Она совпадает с известной верхней.

# РЕЗУЛЬТАТЫ

Навыки в решении задач

Знакомство с некоторыми разделами CS

Навыки чтения и перевода научных текстов



# Спасибо за внимание!

PDF с решением:

<https://drive.google.com/file/d/oBykKT9X8zr2bbnE5ZGVDTlQ3cG8/view?usp=sharing>