

ML 23. Рассмотрим задачу Max-3-SAT, в которой ко формуле в 3-КНФ необходимо найти максимальное число кловов, которые можно одновременно удовлетворить. Придумайте полиномиальный вероятностный алгоритм, который по 3-КНФ формуле “в среднем” (мат. ожидание) выдает $\frac{7}{8}$ приближение задачи Max-3-SAT.

ML 24. Придумайте “в среднем” (мат. ожидание) полиномиальный вероятностный алгоритм, который по 3-КНФ формуле выдает $\frac{7}{8}$ приближение задачи Max-3-SAT.

ML 25. Докажите, что если $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{BPP}$, то $\mathbf{NP} = \mathbf{RP}$.

ML 26. Пусть \mathbf{ZPP} — это класс языков, которые принимаются вероятностной машиной Тьюринга без ошибки, математическое ожидание времени работы которых полиномиально. Докажите, что:

- $L \in \mathbf{ZPP}$ тогда и только тогда, когда существует полиномиальная по времени вероятностная машина Тьюринга M , которая выдает $\{0, 1, ?\}$, что для всех $x \in \{0, 1\}^*$ с вероятностью 1, $M(x) \in \{L(x), ?\}$ и $\Pr[M(x) = ?] \leq \frac{1}{2}$;
- $\mathbf{ZPP} = \mathbf{RP} \cap \mathbf{coRP}$.

ML 27. \mathbf{BPL} — это класс языков, для которых существует вероятностная машина Тьюринга M , которая использует логарифмическую память, останавливается при всех последовательностях случайных битов и для всех x выполняется, что $\Pr[M(x) = L(x)] \geq \frac{2}{3}$. Покажите, что $\mathbf{BPL} \subseteq \mathbf{P}$.

ML 28. Пусть $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{DTime}[n^{\log(n)}]$, докажите, что $\mathbf{PH} \subseteq \bigcup_k \mathbf{DTime}[n^{\log^k(n)}]$ (подсказка: вспомните задачу $\mathbf{P} = \mathbf{NP} \Rightarrow \mathbf{EXP} = \mathbf{NEXP}$).

ML 9. Докажите, что существует язык, для которого любой алгоритм, работающий время $O(n^2)$ решает его правильно на менее, чем на половине входов какой-то длины, но этот язык распознается алгоритмом, работающим время $O(n^3)$.

ML 10. Докажите, что:

- $\mathbf{DSpace}[n^2] \subsetneq \mathbf{DSpace}[n^3]$;
- $\mathbf{NSpace}[n^2] \subsetneq \mathbf{NSpace}[n^3]$.

ML 13. Покажите, что:

- $\mathbf{P}^{\mathbf{P}} = \mathbf{P}$;
- язык GNI (пар неизоморфных графов) лежит в $\mathbf{P}^{\mathbf{NP}}$.

ML 14. Покажите, что:

- $\mathbf{P} \subseteq \mathbf{NP} \cap \mathbf{coNP}$;
- $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{EXP}$.

ML 18. Приведите пример разрешимого языка из $\mathbf{P/poly}$, который не лежит в \mathbf{P} .

ML 19. Докажите, что $\mathbf{NTime}[n] \neq \mathbf{PSPACE}$.

ML 20. Пусть $L \in \mathbf{NP}^{\mathbf{NP}}$, докажите, что:

- $L \in \mathbf{NP}^{\mathbf{NP}^{[1]}}$ (подсказка: рассмотрите оракул SAT и «угадайте» ответы оракула);
- $\mathbf{NP}^{\mathbf{NP}} \subseteq \Sigma_2$.

ML 21. Докажите, что язык булевых формул с ровно одним выполняющим набором (USAT):

- а) coNP -трудным;
- б) лежит в \mathbf{P}^{NP} .

ML 22. Докажите, что язык $L = \{(\varphi, 1^k) \mid \text{функция, заданная формулой } \varphi, \text{ не может быть посчитана формулой размера } k\}$ лежит в \mathbf{PH} .

ML 52. Будет ли теория $\text{Th}(\mathbb{N}, <, =)$ конечно аксиоматизируемой.