

ДЗ на середину декабря

- 1) а) Доказать, что $\sqrt[11]{2}$ нельзя выразить как $a + b \sqrt[13]{2}$, с рациональными коэффициентами a, b б) Докажите, что $\sqrt[3]{2}$ нельзя представить в виде $a_1\sqrt{b_1} + \dots + a_n\sqrt{b_n}$, где a_i, b_i рациональны.
- 2) $a^4 + 2a^3 + 6a^2 + 5a + 5 = 0$. Написать квадратный трехчлен (над \mathbb{Z}) корнем которого является $b = a^2 + a + 1$ и пояснить за выразимость a через b (с рац. коэффициентами).
- 3) f неприводимый многочлен 17 степени над \mathbb{Q} , a - его корень, $b = g(a)$, $g \in \mathbb{Q}[x]$ — иррационально. Докажите, что найдётся $h \in \mathbb{Q}[x]$ такой, что $a = h(b)$.
- 4) f — неприводимый многочлен над полем из двух элементов, a — его корень (в некотором большем поле). Доказать, что a^2 — тоже. б) Докажите, что у f нет других корней помимо a^{2^k} .
- 5) Рассмотрим поле разложения многочлена $x^7 - 1$. Есть ли в нём иррациональное число вида \sqrt{N} , $N \in \mathbb{Z}$? (Подсказка: квадратичные иррациональности — это такие пары чисел, что их сумма и произведение рациональны)