

Коды.

8 марта 2017 г.

1. Существуют однозначно декодируемые коды, не являющиеся префиксными, приведите пример.
2. Укажите явно взаимно-однозначное соответствие между множеством бесконечных последовательностей цифр $0, 1, 2$ и множеством бесконечных последовательностей нулей и единиц.
3. Пусть слова c_1, c_2, \dots, c_k и d_1, d_2, \dots, d_k образуют префиксный код (по отдельности). Покажите, что kl слов $c_i d_j$ (приписываем одно слово к другому без разделителя) также образуют префиксный код.
4. Пусть целое число x выбирается случайным образом в интервале от 1 до 1000 (все возможные значения x равновероятны). Докажите, что любой алгоритм, который с помощью вопросов с ответами ДА/НЕТ находит x , задает в среднем не меньше $\log 1000$ вопросов.
5. Докажите, что любое инъективное кодирование можно преобразовать в префиксное ценой небольшого увеличения средней длины кода: если у исходного кода средняя длина была ℓ , то у нового она будет не больше $\ell + 2 \log \ell + 2$.
6. Пусть $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ — произвольный алфавит и p_1, p_2, \dots, p_n — вероятности букв этого алфавита. Докажите, что для любого инъективного кодирования букв этого алфавита средняя длина кода не меньше $H - 2 \log H - 2$. H — это энтропия распределения с вероятностями p_1, p_2, \dots, p_n .
7. Докажите, что арифметическое кодирование сбалансировано с константой 2.
8. Докажите, что константу 2 в предыдущей задаче нельзя понизить, даже в предположении, что p_1, \dots, p_n упорядочены по величине.

9. (а) Докажите, что код Шеннона–Фано является префиксным.
- (б) Докажите, что если центральный отрезок относить туда, куда попала его большая часть, то кодирование Шеннона–Фано не является сбалансированным (то есть не существует константы d , для которой выполнено $l(c_i) < -\log p_i + d$ для любых k и любых исходных вероятностей p_1, \dots, p_k).
- (в) Докажите, что если центральный отрезок всегда относить к правой половине, то кодирование Шеннона–Фано также не является сбалансированным
10. Докажите, что кодирование Хаффмана не является сбалансированным.