

ДЗ на 3 марта

- 1) Рассмотрим множество векторов в \mathbb{R}^n с нулевой суммой координат. Докажите, что это подпространство, найдите его размерность и укажите его базис.
- 2) Сколькими способами можно выбрать а) двумерное б) k -мерное подпространство в n -мерном пространстве над полем F_p вычетов по модулю p ? Сколькими способами можно выбрать прямую?
- 3) K — поле. $f_0, f_1 \dots f_n \in K[x]_n$. (a) $\deg(f_i) = i \forall i$. Докажите, что f_i образуют базис пространства $K[x]_n$ — многочленов степени не выше n . (b) $\deg(f_i) = i \forall i \neq k$. $\deg(f_k) < k$ при некотором k . Докажите, что f_i не образуют базис пространства $K[x]_n$.
- 4) Пусть \mathbb{F}_2^n — векторное пространство над \mathbb{F}_2 — полем из 2 элементов (a) Является ли базисом множество строк, содержащих ровно один ноль? (b) Существуют ли $n - 1$ -мерное подпространство, не содержащее строк ровно с одной единицей? (c) Тот же вопрос про строки ровно с двумя единицами.
- 5) В офисе обитает поровну слабохарактерных сексистов и богических богинь, причём каждая богическая богиня обожает четное число слабохарактерных сексистов. Доказать, что можно отбросить некоторое количество богических богинь, так, чтобы каждый слабохарактерный сексист был обожаем чётным числом богических богинь.
- 6) Рассмотрим пространство многочленов над полем K степени не выше 3 (как пространство над K). Существует ли такой базис, что любой многочлен f в этом базисе имеет координаты $(f(0), 2f(1), 3f(2), 4f(3))$? Тот же вопрос для координат $((f(0) + 1, f(1), f(2) + f(3), f(4)))$.
- 7) Дано $n + 2$ вектора в n -мерном пространстве. Докажите, что существует их нетривиальная комбинация с нулевой суммой коэффициентов, равная нулю.