

Контрольная работа по курсу “Теория информации”.

17 мая 2017 г.

1. Пусть X, Y случайные величины. Пусть $Z = X + Y$.
 - (i) Докажите, что $H(Z | X) = H(Y | X)$. Покажите, что если X, Y независимы, то $H(Y) \leq H(Z)$ и $H(X) \leq H(Z)$.
 - (ii) Приведите пример, таких X, Y , что $H(Z) < H(X)$.
 - (iii) Опишите условия при которых $H(Z) = H(X) + H(Y)$
2. Приведите пример бесконечного алфавита вместе с частотным распределением, для которого существует префиксный код со средней длиной не больше 2.
3. Пусть X, X' одинаково распределенные независимые случайные величины с энтропией $H(X)$. Докажите, что

$$Pr[X = X'] \geq 2^{-H(X)}.$$

4. Докажите, неравенство $KS(x, y | x, z) \leq KS(y, z) + O(1)$. Докажите, что неравенство $KS(x, y | x, z) \geq KS(y, z) - O(1)$ выполняется не для всех x, y, z .
5. У Алиса и Боба есть по строке длины n . Посмотрим на эти строки как на характеристические функции некоторых подмножеств. Алиса и Боб хотят найти среднее арифметическое (AVE_n) множества получаемого при объединении их множеств. Докажите, что

$$\log n \leq D(AVE_n) \leq c \log n,$$

для некоторого c .