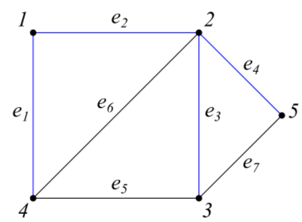
Листочек 29.09.2017

1. Пусть T есть произвольное остовное дерево связного графа G. Доказать, что никакое подмножество ребер кодерева $\bar{T}$ не образует минимального реберного разреза в G.

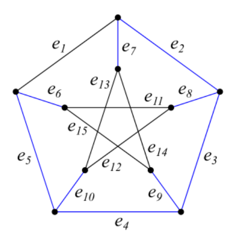
2. Пусть e есть какое-то ребро произвольного остовного дерева $T(G)$ связного графа G. Доказать, что в подмножестве ребер кодерева $\bar{T}$, к которому добавлено ребро e, обязательно найдется единственный минимальный разрез графа G.

3. Доказать, что любой реберный разрез $[S, \bar{S}]$ можно представить в виде объединения нескольких попарно непересекающихся между собой минимальных реберных разрезов.

4. Для графа G, показанного на рисунке, построить набор фундаментальных циклов, а также набор фундаментальных разрезов, связанных с остовным деревом, ребра которого помечены синим цветом на рисунке. Показать, что пересечение пространств $\mathcal{C}$ и $\mathcal{B}$ в таком графе состоит из единственного пустого набора ребер, а следовательно, набор фундаментальных циклов и фундаментальных разрезов образует базис в пространстве $\mathcal{E}$. Разложить вектор $(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$ по этому базису.



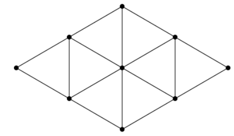
5. Рассмотрим остовное дерево $T(G)$ для графа Петерсена, показанное на рисунке. Существуют ли отличные от нуля векторы, лежащие в пересечении пространств $\mathcal{C}$ и $\mathcal{B}$?



6. Пусть r есть либо размерность $n-1$ подпространства $\mathcal{B}$, либо размерность $m-n+1$ подпространства $\mathcal{C}$. Доказать, что в каждом случае количество различных базисов, которые можно получить для заданного подпространства, рассчитывается по формуле
$$\frac{1}{r!}(2^r - 2^0) \cdot (2^r - 2^1) \cdot \ldots \cdot (2^r - 2^{r-1}).$$

7. Определить, возможно ли построить P_4-декомпозицию нарисованного на доске графа G.

8. Рассмотрим граф G, показанный на рисунке. Существует ли декомпозиция такого графа на реберно непересекающиеся остовные деревья? А на изоморфные друг другу реберно непересекающиеся остовные деревья?



9. Доказать, что любой полный граф K_{2n+1} допускает гамильтонову декомпозицию на n циклов C_{2n+1}.