

Вопросы к экзамену - теория графов

1. Вершинная и реберная связность графа. Оценки на $\kappa(G)$ и $\lambda(G)$. Граф блоков и точек сочленения. Двусвязные графы, их структура.
2. k -связные графы. Теорема Менгера. Теорема Уитни.
3. Понятие паросочетания в графах. Совершенные паросочетания, максимальные паросочетания, теорема Бержа. Алгоритм Куна построения максимального паросочетания в двудольном графе. Алгоритм Эдмондса нахождения максимального паросочетания в произвольном графе.
4. Вершинно независимые множества и вершинные покрытия. Связь между $\alpha(G)$ и $\beta(G)$. Реберные покрытия и паросочетания. Теорема Галаи. Теорема Кёнига-Эгевари.
5. Необходимое и достаточное условие существования в графе совершенного паросочетания. Доказательство теоремы Татта.
6. Теорема Петерсена. Матрица Татта, пфаффиан.
7. Дефицит графа. Теорема Бержа.
8. k -раскрашиваемые графы, хроматическое число графа. Жадный алгоритм и верхняя оценка на $\chi(G)$. Теорема Брукса. k -критические графы.
9. Нижние оценки на хроматическое число. Конструкция Мицельского. Теорема Турана.
10. Совершенные графы. Слабая гипотеза Бержа.
11. Реберная раскраска графов. Теорема Кёнига. Теорема Визинга.
12. Хроматический многочлен графа, его основные свойства. Хордальные графы.
13. Планарные и плоские графы. Непланарность графов K_5 и $K_{3,3}$. Плоские графы и карты на сфере. Грани плоского графа. Двойственные графы.
14. Формула Эйлера, следствия из нее. Теорема Фэри. Толщина графа.
15. Критерии планарности графа. Теорема Томассена, теорема Татта. Доказательство теоремы Куратовского. Теорема Вагнера.

Вопросы к экзамену - комбинаторика

1. Комбинаторный смысл сложения и умножения производящих функций. Примеры — задачи о раскладке предметов по ящикам. Линейно упорядоченные множества и обыкновенные производящие функции.
2. Задача о наклейке марок на бандероль в случае, когда порядок наклейки марок важен. Частный случай композиции обыкновенных производящих функций, его комбинаторный смысл.
3. Задача о наклейке марок на бандероль в случае, когда порядок наклейки марок неважен. Разбиение числа на слагаемые при отсутствии ограничений на количество этих слагаемых.
4. Задачи раскладки n неразличимых предметов по k неразличимым ящикам. Диаграммная техника. Комбинаторное доказательство формулы Эйлера.
5. Композиция экспоненциальных производящих функций. Экспоненциальная и композиционная формула, их комбинаторный смысл. Количество всех односвязных графов на n вершинах.
6. Формула Фаа ди Бруно. Полиномы Белла, их комбинаторный смысл.
7. Комбинаторика перестановок. Числа Стирлинга первого рода, их основные свойства. Количество перестановок, не содержащих циклов единичной длины. Цикловые индексы, их комбинаторный смысл.
8. Перечисление корневых деревьев. Формула обращения Лагранжа.
9. Понятие помеченного объекта. Простейшие методы подсчета таких объектов.
10. Лемма Бернсайда, ее комбинаторный смысл.
11. Цикловой индекс группы перестановок. Теория Рэдфилда-Пойа. Подсчет помеченных графов на n вершинах.
12. Теория перечисления Пойа, примеры подсчета эnumerаторов для помеченных объектов.