

Домашнее задание 5. Дискретная теория вероятностей.

Группа 102/3

Количество баллов на зачёт: 7

1. (1,5 балла) Десять рукописей разложены по 30 папкам так, что каждая рукопись лежит ровно в трех папках, все папки непусты. Найдите вероятность того, что в случайно выбранных 6 папках содержится какая-то рукопись целиком.
2. (1 балл) Дима подбросил монетку три раза. Он не показал нам результат, но сообщил, что решка выпала хотя бы один раз. Какова вероятность того, что решка выпала все три раза, если считать, что Дима говорит правду?
3. (1 балл) Кузнечик прыгает по бесконечной клетчатой полоске. С вероятностью p он прыгает на одну клетку вперед, в противном случае — на одну клетку назад. Найдите вероятность того, что за n прыжков он продвинется вперед ровно на m клеток.
4. (1 балл) Даша и Миша загадывают по числу от 1 до 10 (все числа для них одинаково хороши и они выбирают их равновероятно). Независимы ли следующие события:
 $A = \{\text{число у Даши делится на } 4\}$,
 $B = \{\text{сумма чисел Даши и Миши делится на } 4\}$?
5. (1 балл) Раз, два, три, четыре пять, вышел зайчик погулять. Вдруг охотник выбегает, а у него всего 4 патрона. Злой охотник стреляет в зайчика пока не попадет, либо пока не кончатся патроны. Найдите мат.ожидание количества выстрелов, если вероятность попадания одним выстрелом в убегающего зайчика равна $1/4$.
6. (1 балл) У Оли есть три монетки, две из которых правильные, а третья является несимметричной, вероятность выпадения орла у которой $p = 1/3$. Оля случайным образом выбирала из этих трех монеток одну и подбросила ее пять раз. В результате такого эксперимента у неё один раз выпал орел и четыре раза решка. Какая монетка была выбрана с большей вероятностью — идеальная или несимметричная?
7. (1 балл) Две случайные величины μ и λ принимают значения 1,2,3. Известно, что

$$P\{\mu = i, \lambda = j\} = a(i + j),$$

где a — некоторая константа.

- а) Найдите a .
 - б) Найдите распределение случайной величины $\mu - \lambda$, её математическое ожидание и дисперсию.
8. (1,5 балла) Влада 100 раз подбрасывает несимметричную монетку, на которой выпадает орёл с вероятностью p .
 - а) Найти вероятность того, что впервые решка выпадет в нечётный раз.
 - б) Найдите математическое ожидание момента первого выпадения решки.
 - в) Найдите дисперсию момента первого выпадения решки.(Все ответы не должны содержать знака суммы или многоточий.)

9. (2 балла) Костя ест конфеты из мешочка. В мешочке a вкусных конфет и b невкусных, но на вид все конфеты одинаковые. Каждый раз Костя выбирает одну наугад и съедает. Если попалась вкусная конфета, то его настроение повышается на величину, равную вкусоности конфеты. Костя ест конфеты одну за другой, пока они не кончатся или пока не попадётся невкусная конфета. Вкусоности конфет равны x_1, x_2, \dots, x_a . Изначально Колино настроение равно нулю. Каково математическое ожидание Колиного настроения по окончании этого процесса?