Реберная раскраска. Хроматический многочлен.

16 марта 2017 г.

1. Подсчитать реберное хроматическое число $\chi'(G)$ для графов, изображенных на доске.

2. Доказать, что для любого простого двудольного графа $G[X, Y]$ найдется $\Delta(G)$-регулярный простой двудольный граф, содержащий $G[X, Y]$.

3. С помощью предыдущего упражнения доказать, что реберное хроматическое число произвольного простого двудольного графа $G[X, Y]$ равняется $\Delta(G)$.

4. Подсчитать реберное хроматическое число $\chi'(Q_n)$ для гиперкуба Q_n, предъявив способ оптимальной окраски его ребер.

5. Доказать, что реберное хроматическое число $\chi'(G)$ как регулярного графа G, построенного на нечетном количестве $2l+1$ вершин, так и простого графа, построенного на нечетном количестве $2l+1$ вершин и имеющего более чем $l \cdot \Delta(G)$ ребер, строго больше $\Delta(G)$.

6. Доказать, что кубический граф, в котором существует гамильтонов цикл, имеет реберное хроматическое число, равное трем.

7. Доказать, что сумма коэффициентов хроматического полинома $P_G(z)$ равна нулю для любого графа G, отличного от $\bar{K}_n$.

8. Доказать, что $P(z) = z^4 - 4z^3 + 3z^2$ не является хроматическим полиномом.

9. Доказать, что количество правильных окрасок связного графа G в $k \geq 3$ цветов меньше $k \cdot (k-1)^{n-1}$ в случае, если G не является деревом, построенным на n вершинах.

10. Доказать, что хроматический полином простого цикла C_n длины n рассчитывается по формуле

$$P_{C_n}(z) = (-1)^n(z-1) + (z-1)^n.$$

11. Подсчитать хроматический полином для графа W_n “колесо”.

12. Доказать, что любой интервальный граф G является хордальным графом.