

Задание 2

03.03.2017

FL 5 б) Если для некоторых языков L, M их пересечение $L \cap M$ распознаётся некоторым DFA, обязательно ли L и M распознаются некоторыми DFA?

FL 6 Докажите, что для расширенной на строки функции перехода δ , произвольных строк x, y и произвольного состояния q верно $\delta(q, xy) = \delta(\delta(q, x), y)$

FL 7 Докажите, что язык

а) $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$

б) $\{a^n b^m \mid n \neq m\}$

в) $\{a^n b^m \mid m, n \geq 0, \gcd(m, n) > 1\}$

не распознаётся никаким DFA.

FL 8 Докажите, что класс распознаваемых DFA языков замкнут относительно операции

а) $\sqrt{L} = \{m \mid mm \in L\}$

б) $L^R = \{m^R \mid m \in L\}$, где $(a_1 a_2 \dots a_n)^R = a_n a_{n-1} \dots a_1$

Определение. Будем говорить, что язык L отделяет слова x и y , если существует такое слово z , что ровно одно из слов xz, yz принадлежит L . Для неотделимых языком L слов x, y будем писать $x \equiv_L y$.

Индексом L назовём супремум размеров множеств, в которых все строки попарно отделимы языком L .

FL 9 Докажите, что

а) язык L распознаётся некоторым DFA тогда и только тогда, когда индекс L конечен.

б) более того, индекс языка равен минимальному размеру распознающего L автомата.

FL 10 Пусть язык L распознаётся некоторым DFA. Всегда ли следующие языки распознаются конечными автоматами?

а) $h(L) = \{h(x) \mid x \in L\}$, где $L \subseteq \Sigma^*$ и h — некоторый гомоморфизм на Σ^* .

б) $h^{-1}(L) = \{y \mid h(y) \in L\}$, где $L \subseteq \Sigma^*$ и h — некоторый гомоморфизм на Σ^* .

в) $L/L' = \{u \mid \exists v : uv \in L, v \in L'\}$, где $L' \subseteq \Sigma^*$ — произвольный язык.

FL 11 Докажите, что любой бесконечный язык, распознающийся DFA, можно разбить на два бесконечных регулярных языка, распознающихся DFA.

FL 12 Для произвольного алфавита Σ постройте NFA, распознающий язык

$$L = \{w \mid \exists j : j < |w|, w_j = w_{|w|}\}$$