

30 ноября 2017

Количество баллов на зачет: 5

- (1.5 балла) Две формулы, содержащие только переменные и связки \vee , \wedge и \neg эквивалентны. Докажите, что они останутся эквивалентными, если всюду \vee заменить на \wedge и наоборот.
- (1 балл) Выполнимой назовем формулу, которая принимает истинное значение для какого-то набора значений входящих в нее переменных. Верно ли, что

 - Если A и $a \rightarrow B$ выполнимы, то B — тоже выполнима?
 - Если $A \vee B$ и $\neg A \vee C$ выполнимы, то $B \vee C$ выполнима?
 - Если $A \vee B$, $A \rightarrow C$ и $B \rightarrow D$ выполнимы, то $C \vee D$ выполнима?
- (1 балл) Пусть формула содержит только связки вида \leftrightarrow . Докажите, что она является тавтологией тогда и только тогда, когда каждая переменная входит в нее четное число раз.
- (1 балл) Пусть формула содержит только связки вида \leftrightarrow и \neg . Докажите, что она является тавтологией тогда и только тогда, когда каждая переменная и каждый знак отрицания входят в нее четное число раз.
- Преобразовать следующие формулы в КНФ

 - (0.5 балла) $(\neg x \wedge \neg y) \leftrightarrow (z \vee v)$
 - (0.5 балла) $(x \rightarrow (y \rightarrow z)) \rightarrow ((x \rightarrow \neg z) \rightarrow (x \rightarrow \neg y))$
 - (0.5 балла) $(x \wedge \neg y \wedge \neg z) \rightarrow (z \vee y \vee z)$
- (2 балла) Пусть F — произвольное поле. Назовем мультилинейной функцией полином от n переменных с коэффициентами из F , в котором все показатели степеней равны либо 0, либо 1. (таким образом, каждый моном в ней есть произведение коэффициента и некоторого набора переменных без повторов.) Будем рассматривать $\mathbb{B} = \{0, 1\}$ как подмножество F . Докажите, что всякая булева функция $\mathbb{B}^n \rightarrow \mathbb{B}$ однозначно продолжается до мультилинейной функции $F^n \rightarrow F$, и коэффициенты мультилинейной функции можно считать целыми числами.