

#### Задание 4 (на 28.09).

**ML 17.** Существует ли алгоритм, проверяющий, что данная программа считает полиномиально вычислимую функцию. (т.е. такую функцию, для которой существует алгоритм, вычисляющий ее, который работает полиномиальное время).

**ML 18.** (простые множества Поста) Назовем множество *иммунным*, если оно бесконечно, но не содержит бесконечных перечислимых подмножеств. Перечислимое множество называется *простым*, если его дополнение иммунно. Докажите, что простые множества существуют.

**ML 19.** Докажите, что существует:

- (а) три;
- (б) счетное число не пересекающихся перечислимых множеств, никакие два из которых нельзя отделить разрешимым.

**ML 20.** Является ли перечислимым множество всех программ, вычисляющих инъ-ективные функции. А его дополнение?

**ML 21.** Задача Поста состоит в следующем: есть доминошки  $n$  видов  $\begin{bmatrix} s_1 \\ t_1 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} s_n \\ t_n \end{bmatrix}$ ,  $s_i$  и  $t_i$  — конечные строки, есть неограниченный запас доминошек каждого вида, доминошки переворачивать нельзя. Требуется определить, можно ли составить несколько доминошек так, чтобы в верхней и нижней их половине читалась одна и та же строка, такие последовательности доминошек будем называть согласованными. Докажите, что задача Поста алгоритмически неразрешима.

**ML 22.** В алфавите есть буквы  $R$  и  $S$ . Для каждого слова разрешается вычеркивать или дописывать в произвольные места подслово  $RRR$  и  $SS$ . Также можно заменять подслово  $SRS$  на  $RR$  и наоборот. Придумайте алгоритм, который по двум словам в этом алфавите проверит, можно ли по этим правилам одно получить из другого.

**ML 14.** Покажите, что множество описаний машин Тьюринга, которые останавливаются на всех входах, является неперечислимым множеством и дополнение его тоже неперечислимо.

**ML 16.** Напишите программы с конечным числом переменных решающие следующие задачи:

1. даны числа  $a$  и  $b$ , нужно найти  $a \cdot b$ ;
2. даны числа  $a$  и  $b$ , нужно найти  $a^b$ ;
3. даны числа  $a$  и  $b$ , нужно найти остаток и частное от деления  $a$  на  $b$ ;
4. дано число  $p$ , выяснить простое ли оно;
5. дано число  $n$  нужно найти  $n$ -ое простое число.