

## Занятие 25.04

### Разминка.

1. Пусть в правой полуплоскости  $\operatorname{Re}(z) > 0$  задана регулярная ветвь функции  $f(z) = \sqrt[3]{z}$ , удовлетворяющая условию  $f(1) = 1$ . Найдите аналитическое продолжение функции  $f(z)$  в левую полуплоскость  $\operatorname{Re}(z) < 0$  через полюсы  $(0, +i\infty)$  и через полюсы  $(0, -i\infty)$ . Сравните значения полученных аналитических продолжений в точке  $z = -1$ .
2. Найдите все точки ветвления функции  $(z - z_0)^\alpha$ , где  $\alpha \in \mathbb{C}$ .
3. Пусть  $f(z)$  — регулярная функция в ограниченной области  $D$ . Найдите все точки ветвления функции  $\sqrt{f(z)}$ .
4. Выделите регулярную ветвь функции  $f(z) = \sqrt[3]{z(2-z)}$ , удовлетворяющую условию  $f(1) = 1$ . Найдите значение этой ветви функции  $f(z)$  после ее аналитического продолжения вдоль верхней дуги окружности  $|z - 2| = 1$  в точку  $z = 3$ .
5. (дз) Убедитесь в том, что функция  $f(z) = \sqrt{\frac{z}{z-1}}$  допускает выделение регулярной ветви в окрестности точки  $z = \infty$ . Фиксируйте ветвь условием  $f(\infty) = 1$  и найдите вычет этой ветви в точке  $z = \infty$ . (была опечатка)
6. (дз) Можно ли выделить регулярную ветвь функции  $\sqrt[4]{z}$  в области  $1 < |z| < 3$ ?
7. (дз) Выделите регулярную ветвь функции  $f(z) = \sqrt[4]{1-z^2}$ , удовлетворяющую условию  $f(0) = 1$ . Найдите значение этой ветви после ее аналитического продолжения вдоль нижней дуги окружности  $|z + 1| = 1$  в точку  $z = -2$ .

### Задачи

1.  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \cos x}{x^2 - 2x + 10} dx$ ;
2.  $\int_{\mathbb{R}} \frac{2 \sin x - \sin(2x)}{x^3} dx$ ;
3.  $\int_{\mathbb{R}} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx$ ;

## Занятие 12.05

1.  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{\alpha x} - e^{\beta x}}{1 - e^x} dx$ ,  $0 < \operatorname{Re} \alpha < 1$ ,  $0 < \operatorname{Re} \beta < 1$ ;
2.  $\int_0^\infty \frac{x^{\alpha-1} dx}{(x+1)(x+2)(x+3)}$ ,  $0 < \operatorname{Re} \alpha < 3$ .
3.  $\int_0^\infty \frac{\cos(\alpha x)}{\operatorname{ch} x} dx$ ,  $|\operatorname{Im} \alpha| < 1$ ;
4.  $\int_0^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt[3]{x(1-x)^2}}$
5.  $\int_0^\infty \frac{x^{\alpha-1} \ln x}{x+a} dx$ ,  $a > 0$ ,  $0 < \operatorname{Re} \alpha < 1$