

## Контурные интегралы

В каждом примере обязательно рисовать контур, аккуратно обозначать его части, правильно обосновывать все предельные переходы. Задания без обозначений и пояснений не оцениваются.

1. (1 балл) Вычислить при всех значениях  $n \in \mathbb{N}$  и  $-1 < a < 1$  интеграл

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos(n\varphi)}{1 - 2a \cos \varphi + a^2} d\varphi.$$

2. (1 балл) Вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx.$$

3. (2 балла) Вычислить интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{x - \sin(x)}{x^3(x^2 + a^2)} dx, \quad \operatorname{Re} a > 0.$$

4. (1 балл) Вычислить интеграл

$$\int_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} \frac{zt^z}{z^2 + 1} dz, \quad \sigma > 0, \quad 0 < t < 1.$$

5. (1 балл) Вычислить интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{x - \sin(x)}{x^3(x^2 + a^2)} dx, \quad a > 0.$$

6. (1 балл) Вычислить при всех значениях  $n \in \mathbb{N}$  и  $0 < \operatorname{Re} A < n$  интеграл

$$\int \frac{x^{\alpha-1} dx}{(x+1)(x+2)\dots(x+n)}.$$

7. (2 балла) Вычислить интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{(4x^2 + \pi^2) \operatorname{sh}(x)} dx.$$

8. (1 балл) Вычислить интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln(x) dx}{x^2 + a^2}.$$

9. (2 балла)

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x(1-x)}}{(x+1)^3} dx.$$

10. (1 балл) Вычислить интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln(x) dx}{(x^2 + 1)\sqrt{x}}.$$