

Колмогоровская сложность.

20 апреля 2017 г.

1. Доказать, что в любой строке длины n можно изменить так один бит, чтобы колмогоровская сложность полученной строки станет не меньше $\log_2 n$.
2. Доказать следующие свойства условной Колмогоровской сложности
 - (a) $K(x | y) \leq K(x) + O(1)$.
 - (b) $K(x | y) \leq |x| + O(1)$.
 - (c) Существует такая константа c , что для всех n , всех y для 99% слов x длины n выполняется $|K(x | y) - n| \leq c$.
 - (d) $K(x | x) = O(1)$.
 - (e) Пусть f — вычислимая функция. Тогда существует c_f такая, что для всех x $K(f(x) | x) \leq c_f$.
3. Докажите, что функция KS перечислима сверху и более того $|\{x | KS(x) < n\}| \leq 2^n$ при всех n .
4. Докажите, что следующее утверждение неверно
$$\exists c \forall x, y \ K(x, y) \leq K(x) + K(y | x) + c.$$
5. Если функция KS' перечислима сверху и $|\{x | KS'(x) < n\}| \leq 2^n$ при всех n , то найдется такое c , что $KS(x) < KS'(x) + c$ для всех x .