

1. Найдите предел и $N(\varepsilon)$ (или $N(R)$) для последовательности

а)(1) $x_n = \frac{n^2 + \sqrt{n} \sin(n)}{n^2 + \cos(n^3)}$;

б)(1) $x_n = \sqrt[n]{n!}$;

в)(1) $x_n = \frac{(n+1)(n+2)\dots(n+10)}{(n-1)(n-2)\dots(n-10)}$;

г)(1) $x_n = n^{\frac{3}{2}}(\sqrt{n+1} + \sqrt{n-1} - 2\sqrt{n})$.

2. а) (1) Доказать, что последовательность $\sin(n + 1/n)$ не имеет предела;

б) (2) Доказать, что последовательность $\sin(n^3)$ не имеет предела.

3. (3) Последовательность чисел x_n такова, что $x_{n+1} - \frac{x_n}{2} \rightarrow 0$ при $n \rightarrow +\infty$.

Докажите, что $x_n \rightarrow 0$ при $n \rightarrow +\infty$.

4. (3) Последовательность x_n задана следующим образом: $x_0 = 1$, $x_1 = 2$ и $x_{n+1} = \sqrt[3]{x_n^2 x_{n-1}}$ при $n > 1$. Докажите, что последовательность x_n сходится и найдите ее предел.