

СПИСОК ВОПРОСОВ К КОЛЛОКВИУМУ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

АУ, третий семестр, осень 2015 года

ГЛАВА VII. КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

1. Сведение кратного интеграла к повторному. Следствия о перестановке интегралов и об интеграле по элементарному множеству.
2. Две леммы: о мере непрерывного образа компакта и образе внутренности, замыкания и границы.
3. Лемма о приближении линейным преобразованием.
4. Теорема о геометрическом смысле модуля якобиана.
5. Теорема о замене переменной в кратном интеграле (случаи куба и конечного объединения кубов).
6. Лемма о предельном переходе по множествам. Теорема о замене переменной в кратном интеграле (случай измеримого множества).
7. Примеры применения теоремы о замене переменной: сдвиг, линейная замена. Вычисление объема n -мерного шара.
8. Полярная и сферическая замена переменных. Вычисление интеграла $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$.

ГЛАВА VIII. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

9. Определение и простейшие свойства интеграла по длине дуги (корректность определения, линейность, аддитивность, натуральная параметризация).
10. Неравенства с интегралами по длине дуги. Интегральная сумма для интеграла по длине дуги.
11. Определение и простейшие свойства интеграла от формы (корректность, смена ориентации, линейность, аддитивность).
12. Связь интеграла от формы и интеграла по длине дуги (равенство и неравенство). Интегральная сумма для интеграла от формы.
13. Первообразная формы. Аналог формулы Ньютона–Лейбница. Необходимые и достаточные условия существования первообразной.
14. Формула Грина. Формулы для вычисления площади.

ГЛАВА IX. НЕСОБСТВЕННЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

15. Определение несобственного интеграла. Критерий Коши. Примеры.
16. Свойства несобственных интегралов.
17. Несобственные интегралы от неотрицательных функций. Признак сравнения. Следствия.
18. Абсолютная сходимость. Признак Дирихле.
19. Признак Абеля. Интеграл от произведения монотонной и периодической функций. Интеграл $\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x^p} dx$.
20. Последовательности множеств, монотонно исчерпывающие открытое множество. Определение несобственного кратного интеграла.
21. Несобственный кратный интеграл от неотрицательной функции. Признак сравнения.
22. Абсолютная сходимость. Равносильность абсолютной и обычной сходимости для несобственных кратных интегралов.

ПРИМЕЧАНИЯ

Незнание хотя бы одной из следующих определений и формулировок влечет оценку “неудовлетворительно”: связь между кратными интегралами и повторными; формула замены переменной в кратном интеграле; определение криволинейных интегралов по длине дуги и от формы; формула Грина; определение несобственного интеграла; признак сравнения.