Алгоритм.

1. корректность
2. сложность
3. есть ли более эффект. алгоритм?

Числа Фибоначчи

$F_0 = 0$ $\qquad$ 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21

$F_1 = 1$

$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$

- $F_n \leq 2^n$

  $n = 0, 1$ - верно

  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \leq 2^{n-1} + 2^{n-2} \leq 2 \cdot 2^{n-1} = 2^n$

- $F_n \geqslant 2^{n/2}, \quad n \geqslant 7$

  База:

  $F_7 \geqslant 2^{3,5} = 8 \cdot \sqrt{2} \leq 8 \cdot 1,5 = 12$

  $F_8 \geqslant 2^4$

  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \geqslant 2^{\frac{n-1}{2}} + 2^{\frac{n-2}{2}} \geqslant 2 \cdot 2^{\frac{n-2}{2}} = 2^{n/2}$

$2^n \geqslant F_n \geqslant 2^{n/2}, \quad n \geqslant 7$

- $a^n = a^{n-1} + a^{n-2}$

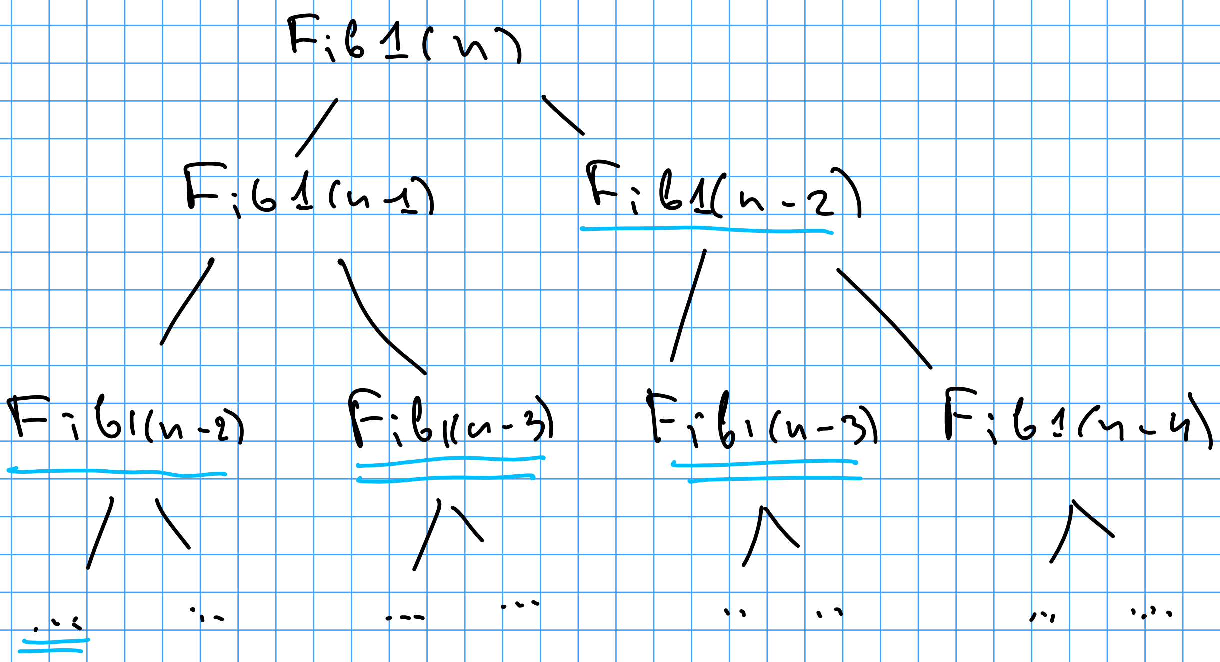
  $a^2 = a + 1$

  $a = \frac{\sqrt{5} \pm 1}{2}$ $\qquad$ $a \approx 1.6$

- Fib1(n):
  if n < 2:
    return n
  return Fib1(n-1) + Fib1(n-2)

$$T(n) = T(n-1) + T(n-2) + 2$$

$$T(n) \geq F_n \geq 2^{n/2}$$



- Fib2(n):
  A[0..n] - масив
  A[0] = 0
  A[1] = 1
  for k = 2 .. n:
    A[k] = A[k-1] + A[k-2]
  return A[n]

$$T(n) = (n+1) + 2 + (n-2)\cdot 2 + 1 = 3n$$

$$n \geq 2$$

- Fib3(n):

```
if n < 2:
    return n
a = 0
b = 1
for k = 2..n:
    t = a + b
    a = b
    b = t
return b
```

$T(n) = 2n + c$

$2^{10} \sim 10^3$

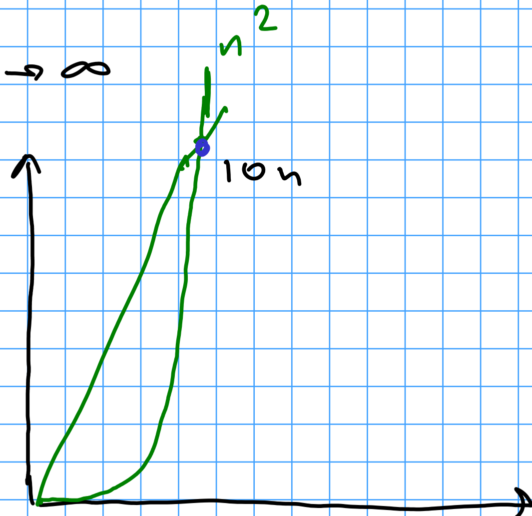
$n \cdot \ell \sim n \cdot \log F_n \sim n \cdot n$

$T(n) = n^2 + an + b$

$\frac{f(n)}{g(n)} \leq c \quad n \to \infty \Rightarrow$ f(n) не хуже g(n)

- $f(n) = O(g(n))$

$\exists c > 0 : f(n) \leq c \cdot g(n), \quad n \to \infty$



- $3n = O(n^2 + an + b)$

$c = 3$

$\frac{3n}{n^2 + an + b} \leq 3$

$\frac{n^2 + an + b}{3n} \xrightarrow[n \to \infty]{} \infty$

$n^2 + an + b \neq O(3n)$

$$f(n) = O(3n^3) \Rightarrow f(n) = O(n^3)$$

$$c = a \qquad\qquad c = 3a$$

$$O(n^2 + an + b) = O(n^2 \cdot 3) = O(n^2)$$

1. $n^k = O(n^l)$ $\quad l \geq k$
2. $a^n = O(b^n)$ $\quad a, b > 1 \quad a \leq b$
3. $n^k = O(a^n)$ $\quad \forall a > 1$

$$n^{100} = O(1{,}001^n)$$

4. $\log^k n = O(n^l)$ $\quad \forall k, l$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{n}{\log n} = \lim_{x \to \infty} \frac{x}{\log x} = \lim_{x \to \infty} x$$

5. $\log_a n = O(\log_b n)$ $\quad a, b > 1$

$$n \cdot \log n = O(n^2)$$

$$f(n) = \Omega(g(n))$$

$$\exists c > 0 ; \quad f(n) \geq c \cdot g(n) \qquad n \to \infty$$

$$F_n = O(2^n)$$

$$F_n = \Omega(2^{n/2}) \qquad 2n = O(n)$$

$$2n+1 = O(n)$$

$$f(n) = O(g(n))$$

$$f(n) \in O(g(n))$$

- $f(n) = \Theta(g(n))$

$f(n) = O(g(n))$

$f(n) = \Omega(g(n))$

$\log_a n = \Theta(\log_b n)$

$\exists\ c_1, c_2 : c_1 g(n) \geq f(n) \geq c_2 \cdot g(n) \quad n \to \infty$

$f(n) = O\left(2^{n \log_2 n}\right)$

$2^{n \log_3 n} = O\left(2^{n \log_2 n}\right)$

Ресурсы:

- кол-во операций
- память
- обращение к диску.