

Домашнее задание №4
Несобственные интегралы

Мега простые задачи

1. (1) Вычислить или установить расходимость:

$$\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{|x^2 - 1|}} dx.$$

2. (1) Исследовать на сходимость

$$\int_0^2 \frac{\sqrt{x} dx}{e^{\sin(x)} - 1}.$$

3. (1) Исследовать на сходимость

$$\int_0^\pi \frac{\ln(x)}{\sqrt{\sin(x)}} dx.$$

Очень простые задачи

4. (1) Исследовать на абсолютную и условную сходимость

$$\int_0^{1/2} \frac{\cos^3(\ln(x))}{x \ln(x)} dx.$$

5. (1) Вычислить или установить расходимость

$$\int_a^b x \sqrt{\frac{x-a}{b-x}} dx, \quad b > a.$$

6. (1) Следует ли из сходимости интеграла $\int_a^{+\infty} f(x) dx$ и из ограниченности функции $\varphi(x)$ при $x \in [a; +\infty)$ сходимость интеграла $\int_a^{+\infty} f(x)\varphi(x) dx$?

7. (1) Исследовать на абсолютную и условную сходимость

$$\int_1^{+\infty} \operatorname{arctg} \left(\frac{\cos(x)}{\sqrt[3]{x^2}} \right) dx.$$

Простые задачи

8. (2) Исследовать на абсолютную и условную сходимость при всех значениях параметров α и β

$$\int_0^1 \frac{\cos(1/x)}{x^\alpha(1-x^2)^\beta} dx.$$

9. (2) Вычислить абсолютную и условную сходимость при всех значениях параметра α

$$\int_0^1 \frac{(\operatorname{arctg}(x^2))^\alpha}{x^3} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx.$$

10. Исследовать на абсолютную и условную сходимость при всех значениях параметров α и β

$$\int_0^\infty \frac{x^\alpha \sin(x)}{1+x^\beta} dx$$

при а) (1) $\beta \geq 0$; б) (1) $\beta < 0$.

11. (2) Исследовать на абсолютную и условную сходимость при всех значениях α

$$\int_0^{+\infty} x^\alpha \operatorname{tg}(\sin(1/x)) dx.$$

12. (1) Исследовать на сходимость при всех p и q

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^p \ln^q(x)}.$$

Трюковые задачи

13. (1) Вычислить или установить расходимость

$$\int_0^\pi x \ln(\sin(x)) dx.$$

14. (1) Вычислите при всех $\alpha \neq 0$, $f \in C(0; +\infty)$

$$\int_0^{+\infty} f\left(x^\alpha + \frac{1}{x^\alpha}\right) \frac{\ln x}{x} dx.$$