Функция называется *регулярной*, если она определена на открытом множестве и комплексно дифференцируема в каждой точке. Условие наличия комплексной производной эквивалентно выполнению условия Коши-Римана ($\frac{\partial f}{\partial x} + i\frac{\partial f}{\partial y} = 0$).

Пусть в каждой точке z области $G \subset \overline{\mathbb{C}}$ поставлено в соответствие множество $F(G) \subset \mathbb{C}$. Данное соответствие $F : G \to 2^{\mathbb{C}}$ называется *многозначной функцией*. Если существует непрерывная (или регулярная) функция $f : G \to \mathbb{C}$, удовлетворяющая условию $f(z) \in F(z) \forall z \in G$, то говорят, что многозначная функция F допускает *выделение непрерывной (регулярной ветви* в области G, а функция $f : G \to \mathbb{C}$ называется *непрерывной (регулярной) ветвью* многозначной функции F.

Необходимые и достаточные условия существования ветвей. §17 Шабунин

Значения на одной регулярной ветви. §18 Шабунин

Найдите образы следующих областей D при отображении регулярной ветвью $f(z)$ функции $F(z)$, выделяемой ее значением в указанной точке:

1. $F(z) = \sqrt{z}$, $D = \{z | \operatorname{Im} z > 0\}, w(i) = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$.
2. $F(z) = \sqrt{z}$, $D = \{z | \operatorname{Im} z > 0\}, w(i) = -\frac{1+i}{\sqrt{2}}$.
3. $F(z) = \ln z$, D — плоскость с разрезом по лучу $[0; +\infty]$, $w(-1) = -\pi i$.
4. $F(z) = \ln z$, D — плоскость с разрезами по лучам $[1; +\infty]$ и $[-\infty; 0]$, $w(i) = \pi i/2$.
5. $F(z)$ — обратная к функции Жуковского, D — плоскость с разрезами по лучам $[1; +\infty]$ и $[-\infty; 1]$, $w(0) = i$.

Задачи на поиск отображений.

Найдите какое-нибудь конформное отображение $\overline{\mathbb{C}}$ на себя такое, что

1. $\operatorname{Re} z = 0$ переходит в окружность $|w| = 2$.
2. Полоса $0 < \operatorname{Re} z < 4\pi$ переходит в нижнюю полуплоскость.
3. Плоскость с разрезами по лучам $[4; +\infty]$ и $[-\infty; -2]$ переходит в верхнюю полуплоскость.
4. Сектор $\pi/6 < \arg z < \pi/3$ переходит в правую полуплоскость
5. Луночка $\{z | \operatorname{Im} z > 0, |z| < 1\}$ переходит в верхнюю полуплоскость.
6. Круг $|z - (2 + 2i)| < 3$ с разрезом по радиусу $\arg z = \pi/4$, $1 + 2\sqrt{2} \leqslant |z| < 3 + 2\sqrt{2}$ на единичный круг с центром в нуле.
7. Найдите все конформные отображения круга $|z - 1| < 1$ на верхнюю полуплоскость $\operatorname{Im} w > 0$ такие, что точка $z = 1$ переходит в точку $w = 2i$.