

5 октября 2017

1. Рассмотрим лотерею “пять из тридцати шести”, победителем которой является человек, правильно угадавший пять из тридцати шести чисел $1, 2, \dots, 36$. Определить вероятность того, что какой-то наугад выбранный набор из пяти чисел выиграет.
2. Вычислить вероятность того, что при игре в лотерею “пять из тридцати шести” в произвольно выбранном наборе из пяти чисел хотя бы одно будет правильным.
3. Три студента решают независимо друг от друга одну и ту же задачу. Вероятности решения студентами этой задачи равны, соответственно, $0,8$, $0,7$ и $0,6$. Найти вероятность того, что хотя бы один из них решит задачу.
4. Рассматривается вероятностный эксперимент, заключающийся в бросании двух игральных кубиков. Мощность множества элементарных исходов в таком эксперименте равна 36 , так как исходы вида “на первом кубике выпала единица, на втором — двойка” и “на первом кубике выпала двойка, на втором — единица”, считаются различными. Какова вероятность того, что сумма значений на кубике равна семи, если известно, что сумма — нечетная?
5. Монету подбрасывают три раза. Нам не показывают результат, но говорят, что решка выпала хотя бы один раз. Какова вероятность того, что решка выпала все три раза?
6. Предположим, что у нас имеются три монетки, две из которых правильные, а третья является несимметричной, вероятность выпадения орла у которой $p = 1/3$. Мы случайным образом выбираем из этих трех монеток одну и подбрасываем ее пять раз. В результате такого эксперимента у нас один раз выпадает орел и четыре раза решка. Какая монетка была выбрана с большей вероятностью — идеальная или несимметричная?
7. Колесо рулетки в равномерно расположенных ячейках имеет числа от 0 до 36 . Ячейки с чётными номерами в диапазоне от 2 до 36 окрашены в черный цвет, ячейки с нечетными номерами в диапазоне от 1 до 36 окрашены в красный цвет. Игрок платит доллар и выбирает цвет. Если игрок выигрывает, то он получает два доллара, если проигрывает, то не получает ничего. Есть подозрение, что в среднем игрок проигрывает казино какую-то сумму, а казино соответствующую сумму выигрывает. Подсчитайте величину среднего проигрыша игрока.
8. Восемь шаров, пронумерованных числами $0, 1, 1, 2, 2, 5$ и 10 соответственно, помещены в урну. Игрок вытягивает три из них и получает выигрыш в сумме, равной сумме чисел на трех шарах. Каково математическое ожидание выигрыша в такой игре?
9. Рассмотрим (бесконечную) схему Бернулли с вероятностью успеха p . Введем случайную величину ξ — номер первого успешного испытания. Посчитайте распределение вероятностей этой случайной величины, ее матожидание и дисперсию.
10. Посчитайте условную вероятность $P(\xi > n + k | \xi > n)$ для случайной величины ξ из предыдущего пункта.
11. Предположим, что игральным картам присвоены следующие стоимости: туз имеет стоимость, равную одному доллару, двойка — 2 доллара, \dots , десятка — 10 долларов, валет — 11 , дама — 12 , король — 13 . Игрок вытягивает одну карту. В случае, если эта карта бубновой масти, игрок получает её стоимость. Если червовой, то ее стоимость удваивается. Если карта чёрной масти, то игрок платит 10 долларов. Чему равно математическое ожидание выигрыша?
12. Верно ли, что если ξ и η — независимые случайные величины, то таковыми являются также $f(\xi)$ и $g(\eta)$, где f и g — произвольные функции?