

Задание 12 (на 04.05).

СС 60. Докажите, что $\text{MAM} = \text{AM}$ (и $\text{MAM}_1 = \text{AM}_1$, данный факт можно использовать в задаче 57).

СС 61. Покажите, что $\text{AM} \subseteq \Pi_2$.

СС 62. Пусть есть оракул, который считает перманент матрицы $n \times n$ над полем \mathbb{F} верно для доли матриц $1 - \frac{1}{3n}$. Пусть $|\mathbb{F}| > 3n$. Докажите, что используя этот оракул можно построить вероятностный полиномиальный по времени алгоритм, который для каждой матрицы с большой вероятностью находит ее перманент.

СС 63. Докажите, что если $\text{NP} \subseteq \text{PCP}(o(\log n), 1)$, то $\text{P} = \text{NP}$.

СС 64. Пусть GI — NP -полный язык. Докажите, что:

- $\text{coNP} \in \text{AM}$;
- $\Sigma_2 \in \text{MAM}$
- $\text{PH} = \Sigma_2 \cap \Pi_2$.

СС 44. Покажите, что:

- если $\text{VPTIME}[f(n)] = \text{VPTIME}[g(n)]$, то $\text{VPTIME}[f(h(n))] = \text{VPTIME}[g(h(n))]$, где f, g, h — конструктивные по времени, $f(n), g(n) \geq \log n$, $h(n) \geq n$ — возрастающая функция;
- $\text{DTIME}[f(n)] \subseteq \text{VPTIME}[f(n)] \subseteq \text{DTIME}[2^{O(f(n))}]$;
- $\text{BPP} \subseteq \text{VPTIME}[n^{\log n}] \subsetneq \text{VPTIME}[2^n]$.

СС 45. Определим язык $\text{QNR} = \{(y, m) \mid y \text{ не является квадратичным вычетом по модулю } m\}$, докажите, что $\text{QNR} \in \text{IP}$.

СС 46. VPL_H — это класс языков, для которых существует вероятностная машина Тьюринга M , которая использует логарифмическую память, останавливается с вероятностью 1, и для всех x выполняется, что $\text{Pr}[M(x) = L(x)] \geq \frac{2}{3}$. Покажите, что $\text{VPL}_H \subseteq \text{P}$.

СС 49. Покажите, что:

- если граф представляет собой шахматную доску с выбитыми клетками (вершины — клетки, ребра соединяют соседние клетки), то существует полиномиальный алгоритм, который считает число полных паросочетаний (подсказка: иногда вес ребра удобно взять комплексным).

СС 54. Докажите, что:

- язык простых чисел лежит в классе UP ;
- если $\text{USAT} \in \text{UP}$, то $\text{NP} = \text{coNP}$.

СС 55. Покажите, что существует такой оракул A и язык $L \in \text{NP}^A$, что L не сводится по Тьюрингу к 3SAT , даже если сведение может использовать оракул A .

СС 57. Покажите, что $\text{AM} = \text{AM}_1$.

СС 59. Покажите, что если $\text{PSPACE} \subseteq \text{P/poly}$, то $\text{PSPACE} = \text{MA}$ (подсказка: используйте $\text{IP} = \text{PSPACE}$).