Функциональное программирование

Егор Суворов

Курс «Парадигмы и языки программирования», подгруппа 3

Среда, 26 октября 2016 года

План занятия

1. Парадигмы
   - Что такое
   - Императивное программирование
   - Декларативное программирование
   - Функциональное программирование
   - Жизнь без переменных
2. Интересный Haskell
   - Рекурсия
   - Функции высшего порядка
   - Статический полиморфизм функций
   - Ленивые вычисления
   - Резюме
   - Грабли
3. Бонус
4. Ссылки

1. Парадигмы
   - Что такое
   - Императивное программирование
   - Декларативное программирование
   - Функциональное программирование
   - Жизнь без переменных
2. Интересный Haskell
   - Рекурсия
   - Функции высшего порядка
   - Статический полиморфизм функций
   - Ленивые вычисления
   - Резюме
   - Грабли
3. Бонус
4. Ссылки

Программирование — это управление абстракциями.

- На уровне «железа» даже для отображения простой веб-страницы надо сделать очень много.
- Написать код сразу на уровне «железа» нереально.
- К тому же будет жёстко привязано к «железу».
- В программировании постоянно абстрагируются от неважных деталей:
  - На каком железе запущена программа — стандартные библиотеки.
  - Как выглядят и комбинируются стандартные конструкции — язык программирования.
  - Как реализован кусок внутри программы — функции, объекты.

- Абстракции можно выставлять разные.
- Парадигма программирования — это идея о том, как можно выстраивать абстракции.
- Парадигмы бывают разные: императивное программирование, декларативное, функциональное.
- Друг друга не взаимоисключают.
- Можно вводить более тонкое деление.
- Можно назвать «стилем» написания программ.
- Абстракции можно строить и на неподходящем языке (на C можно писать в функциональном стиле), но будет неудобно.
- Часто языки поддерживают некоторую смесь парадигм.

Императивное программирование

Определение

Алгоритм — набор инструкций, описывающих порядок действий исполнителя для достижения некоторого результата

- В императивном стиле код программы описывает *как* надо достигать результата.
- Есть постоянно изменяющееся состояние программы (например, переменные).
- Хорошо ложится на «железо»: оно действительно меняет состояние памяти.

Пример-1

```
mov $2, %eax
add $3, %eax
mov $4, %ebx
add $5, %ebx
add %eax, %ebx
mov %ebx, x
```

- При вычислении арифметических выражений обычно такая точность не требуется, получаем абстракцию:

  ```
  x = (2 + 3) + (4 + 5);
  ```

- Новая абстракция позволила записать то же самое намного короче и читаемее.
- При этом мы несколько пожертвовали контролем за низким уровнем — доверились компилятору/оптимизатору.

Пример-2

```
100 IF x <> 20 THEN GOTO 200
150 PRINT "x is 20"
190 GOTO 300
200 IF x <> 10 THEN GOTO 270
220 PRINT "x is 10"
250 GOTO 300
270 PRINT "x is neither 10, nor 20"
300 PRINT "Done"
```

- Выше — пример императивного кода на языке BASIC.
- Я не уверен, что написал его правильно. Что он делает?

Пример-2

```
100 IF x <> 20 THEN GOTO 200
150 PRINT "x is 20"
190 GOTO 300
200 IF x <> 10 THEN GOTO 270
220 PRINT "x is 10"
250 GOTO 300
270 PRINT "x is neither 10, nor 20"
300 PRINT "Done"
```

- Выше — пример императивного кода на языке BASIC.
- Я не уверен, что написал его правильно. Что он делает?
- ```
  if (x == 20) printf("x is 20\n");
  else if (x == 10) printf("x is 10\n");
  else printf("x is neither 10, nor 20\n");
  ```
- А если бы было больше if'ов?

  ```

## Структурное программирование

- Решение: вводим в язык конструкции `if`, `else`, `for` и прочие, *с явно выделенными блоками кода*.
- Эти конструкции структурируют программу и выделяют, как может пойти исполнение.
- Морально запрещаем себе пользоваться `goto`, чтобы не скатиться обратно.
- Первые компьютеры появились в конце 1940-х.
- Поддержка структурного программирования в языках появилась в…

# Структурное программирование

- Решение: вводим в язык конструкции `if`, `else`, `for` и прочие, *с явно выделенными блоками кода*.
- Эти конструкции структурируют программу и выделяют, как может пойти исполнение.
- Морально запрещаем себе пользоваться goto, чтобы не скатиться обратно.
- Первые компьютеры появились в конце 1940-х.
- Поддержка структурного программирования в языках появилась в конце 1950-х (ALGOL).
- В 1966 году доказана теорема Бёма-Якопини: любой алгоритм можно записать при помощи `if` и циклов.
- В 1968 году опубликовано письмо Дейкстры (того самого) «О вреде оператора goto».

Плюсы:

- Не слишком оторвано от железа.
- Если не брезговать отступами, то легко видно, как пойдёт выполнение программы.
- Не требует сложных вычислений для компиляции.

Минусы:

- Всё ещё сложно доказывать корректность.
- Можно (и нужно!) вводить *контракты* функций и *инварианты* для циклов.
- Частенько этим пренебрегают: надо хорошо угадать место, где поставить инвариант, чтобы было попроще доказывать корректность.
- Может быть глобальное состояние — его тоже надо включать в контракт/инвариант.
- Протестировать одну итерацию цикла в отрыве от цикла нельзя.

# Как бороться

Программирование — это искусство не ошибаться на единицу.

- Добавлять $\pm 1$ в случайные места кода, чтобы сошлось на примерах (не надо так).
- А потом спутники падают и хакеры могут уронить сервер через `bash`.
- Явно писать инварианты для двоичного поиска, разделения массива в quick sort, объединения массивов в merge sort...
- Запускать статические анализаторы (вроде `-Wall -Wextra`).
- Ставить `assert`'ы для проверок инвариантов.
- Использовать формальные системы доказательств (надо размечать код).

# Декларативное программирование

- Поднимаемся ещё на ступеньку выше — говорим компьютеру, *что* сделать, а не *как*.
- Примеры на Python:

```
x, y, z = range(3)
xs = [a ** 2 for a in range(10)]
```

- Пример на MetaPost:

```
a + b = 3;
2a = b + 3;
show a, b;  % 2 1
```

- Пример на Picat:

```
Vals = new_list(N),
Vals :: 1..10000,
prod(Vals) #= sum(Vals) + D,
solve(Vals).
```

Особенности

- Компилятор сам сгенерирует код, и сам напишет перебор.
- Опять жертвуем точным контролем в угоду удобству и читаемости.
- Скорость работы и память оценить нельзя, не зная деталей компилятора.

Резюме

- Если грубо, то можно считать синтаксическим сахаром в императивных языках.
- С другой стороны, этого сахара должно быть настолько много, что можно откинуть прежние конструкции «как».
- Популярный подход в DSL (Domain-Specific Languages), которые решают узкий круг задач:
  - Makefile (получение файлов при помощи консольных команд).
  - SQL (запросы к БД).
  - Грамматики для разбора языков программирования (Bison, Boost.Spirit).
- В каком-то смысле сюда подходят HTML и XML.

1. Парадигмы
   - Что такое
   - Императивное программирование
   - Декларативное программирование
   - Функциональное программирование
   - Жизнь без переменных
2. Интересный Haskell
   - Рекурсия
   - Функции высшего порядка
   - Статический полиморфизм функций
   - Ленивые вычисления
   - Резюме
   - Грабли
3. Бонус
4. Ссылки

Основная идея

Определение

Алгоритм — это математическая функция от нескольких аргументов.

- Как решение задачи на курсе алгоритмов.
- Основное свойство — *чистота* функций; результат вычисления зависит только от аргументов функции.
- Ни слова про состояние программы или порядок вычислений.
- Остальные свойства выводятся из чистоты:
  - Порядок вычислений неважен.
  - Состояние программы не может влиять на работу функций.
  - Например, функция не может читать из глобальных переменных.

Побочные эффекты

- То, что происходит в функции помимо вычисления значения, называется *побочным эффектом*.
- Результаты всех функций зависят только от аргументов $\iff$ у функций нет побочных эффектов.
- В «идеально чистых» языках запрещены не только функции с побочными эффектами, но любые побочные эффекты вообще.
- В частности, запрещено иметь изменяемое состояние — переменные.
- Никаких гонок данных.
- Непонятно, как тогда делать ввод-вывод — это точно побочный эффект.
- Идеально чистые языки бесполезны, все в той или иной степени «загрязнены».

Haskell

- Haskell — чистый функциональный язык программирования.
- Компилируемый, статически типизирован, *очень* мощная система типов.
- Есть огромное число библиотек.
- Очень чистый по сравнению с остальными языками вроде OCaml.
- Помимо функциональной чистоты имеет огромное количество интересных особенностей.
- На нём действительно можно писать код.
- Стандартный компилятор — GHC (Glasgow Haskell Compiler).
- Рекомендуется использовать в составе Haskell Platform.

Демонстрация

1. Демо: арифметика, простые типы, сравнения, списки, работа со списками, list comprehension.
2. Упражнение: как найти все Пифагоровы тройки $(x^2 + y^2 = z^2)$ при $1 \leq x, y, z \leq 10$?
3. Интерпретатор `ghci` не поддерживает многострочные определения функций.
4. Поэтому с некоторого момента лучше набирать код в файле, подгружая его в интерпретатор:
   - `:load file.hs` (`:l file.hs`) компилирует `file.hs` и подгружает определения в интерпретатор.
   - `:reload` перекомпилирует и переподключит все файлы.
5. Демо: функции, комментарии, определения функций «и», «или», «сумма двух чисел».

Жизнь без циклов

Упражнения на Python:

- Как посчитать сумму чисел в списке, если нет переменных и циклов?

Жизнь без циклов

Упражнения на Python:

- Как посчитать сумму чисел в списке, если нет переменных и циклов?
- Функция `sum`.

Жизнь без циклов

Упражнения на Python:

- Как посчитать сумму чисел в списке, если нет переменных и циклов?
- Функция `sum`.
- Как посчитать сумму квадратов чисел?

Жизнь без циклов

Упражнения на Python:

- Как посчитать сумму чисел в списке, если нет переменных и циклов?
- Функция `sum`.
- Как посчитать сумму квадратов чисел?
- Определить лямбда-функцию для возведения в квадрат и применить `map` с `sum`.

Жизнь без циклов

Упражнения на Python:

- Как посчитать сумму чисел в списке, если нет переменных и циклов?
- Функция `sum`.
- Как посчитать сумму квадратов чисел?
- Определить лямбда-функцию для возведения в квадрат и применить `map` с `sum`.
- Какие вообще операции со списками мы ещё не умеем делать без циклов?

Жизнь без циклов

Упражнения на Python:

- Как посчитать сумму чисел в списке, если нет переменных и циклов?
- Функция `sum`.
- Как посчитать сумму квадратов чисел?
- Определить лямбда-функцию для возведения в квадрат и применить `map` с `sum`.
- Какие вообще операции со списками мы ещё не умеем делать без циклов?
- В которых элементы влияют друг на друга.

Демо: то же самое на Haskell.

Пример

```python
s = "hello good world"
a = 0
b = 0
flag = False
for c in s + " ":
    if c == " ":
        if flag:
            a += 1
        flag = False
    else:
        b += 1
        flag = True
print(b / a)
```

И что тут происходит?

Моя реакция на такой код

На самом деле

Это вычисление средней длины слова в строке.
Чем плохо?

- 11 строк на такое простое действие.
- Есть сложный инвариант.
- Тестировать сложно: надо подбирать специальную строку, на которой отличается средняя длина слов (а не просто воспроизводится баг).

Функциональное решение

- Как записать то же самое функционально на Python?

Функциональное решение

- Как записать то же самое функционально на Python?
- Предполагаем, что есть функции `avg`, `map`, `split`.

Функциональное решение

- Как записать то же самое функционально на Python?
- Предполагаем, что есть функции `avg`, `map`, `split`.
- `avg(map(len, "hello world".split()))`

Функциональное решение

- Как записать то же самое функционально на Python?
- Предполагаем, что есть функции `avg`, `map`, `split`.
- `avg(map(len, "hello world".split()))`
- Тут что-то сложное делает только функция split.
- Обычно `split()` пишут «императивно», а всю последующую обработку — «функционально».
- Таким образом императивная сложность изолирована, все кусочки можно тестировать по отдельности.
- Опять ввели абстракцию: три встроенные функции.
- Оказывается, что «необходимых кирпичиков» не так много.

Моя реакция на функциональный код

Рандом в функциональном стиле

```
int getRandomNumber()
{
    return 4;  // chosen by fair dice roll.
               // guaranteed to be random.
}
```

1. Парадигмы
   - Что такое
   - Императивное программирование
   - Декларативное программирование
   - Функциональное программирование
   - Жизнь без переменных
2. Интересный Haskell
   - Рекурсия
   - Функции высшего порядка
   - Статический полиморфизм функций
   - Ленивые вычисления
   - Резюме
   - Грабли
3. Бонус
4. Ссылки

Упражнения на рекурсию

Факториал:

```
fac 0 = 1
fac n = n * fac (n - 1)
```

Степень двойки:

Упражнения на рекурсию

Факториал:

```
fac 0 = 1
fac n = n * fac (n - 1)
```

Степень двойки:

```
powerOfTwo 0 = 1
powerOfTwo n = 2 *
    powerOfTwo (n - 1)
```

Числа Фибоначчи:

Упражнения на рекурсию

Факториал:

```
fac 0 = 1
fac n = n * fac (n - 1)
```

Степень двойки:

```
powerOfTwo 0 = 1
powerOfTwo n = 2 *
    powerOfTwo (n - 1)
```

Числа Фибоначчи:

```
fib n = fib' 0 1 n
fib' f1 f2 0 = f1
fib' f1 f2 n = fib' f2 (f1 + f2) (n - 1)
```

- Функции могут содержать апостроф
- Функции всегда должны начинаться с маленькой буквы.
- Мы увидели *pattern matching*:
  - Вместо if пишем «шаблон» для аргумента функции.
  - Шаблонов может быть несколько, они проверяются сверху вниз.
  - Приближает нас к математической нотации, избавляет от if'ов.
  - Очень популярно в функциональных языках.

If не нужен

```
-- If
fac n = if n == 0
        then 1
        else n * fac (n - 1)
-- Pattern matching
fac 0 = 1
fac n = n * fac (n - 1)
-- If
facTwo n = if n <= 1
           then 1
           else n * facTwo (n - 2)
-- Guards
facTwo n | n <= 1    = 1
         | otherwise = n * fac (n - 2)
```

Жизнь без циклов

Как теперь написать функцию `sum`?

Жизнь без циклов

Как теперь написать функцию `sum`?

```
sum' (x:xs) = x + sum' xs
sum' _ = 0
```

- Иногда можно делать сложный pattern matching вроде `x:xs` (список, первый элемент которого — `x`, а хвост — `xs`).
- Шаблоны всё проверяются сверху вниз, выбирается общий.
- Вместо имени переменной можно написать `_`.

Неявный инвариант

Если в императивной программе есть цикл — то можно вынести одну итерацию этого цикла в функцию и сделать рекурсию вместо цикла:

Python

```python
def sum(xs):
    a = 0
    for x in xs:
        a += x
    return a
```

Haskell

```haskell
sum' xs = sum'' 0 xs
sum'' a [] = a
sum'' a (x:xs) = sum'' (a + x) xs
```

Неявный инвариант

Если в императивной программе есть цикл — то можно вынести одну итерацию этого цикла в функцию и сделать рекурсию вместо цикла:

Python

```python
def sum(xs):
    a = 0
    for x in xs:
        a += x
    return a
```

Haskell

```haskell
sum' xs = sum'' 0 xs
sum'' a [] = a
sum'' a (x:xs) = sum'' (a + x) xs
```

Или так:

```haskell
sum' xs = sum'' 0 xs
    where
        sum'' a [] = a
        sum'' a (x:xs) = ...
```

Ещё пример

```
def foo(xs):
    res = []
    if not xs:
        return
    res.append(xs[0])
    for x in xs[1:]:
        if res[-1] != x:
            res.append(x)
    return res
```

Что это?

Ещё пример

```
def foo(xs):
    res = []
    if not xs:
        return
    res.append(xs[0])
    for x in xs[1:]:
        if res[-1] != x:
            res.append(x)
    return res
```

Что это? Удаление одинаковых значений, идущих подряд:
`[10, 10, 20, 10] -> [10, 20, 10]`

Упражнение

- Простая версия: написать функцию `prod`, считающую произведение элементов в спискею
- Сложная версия: напишите удаление одинаковых значений из списка.
- Возьмите код на Python в качестве основы.
- Преобразуйте цикл `for` в рекурсию.

Упражнение

- Простая версия: написать функцию `prod`, считающую произведение элементов в спискею
- Сложная версия: напишите удаление одинаковых значений из списка.
- Возьмите код на Python в качестве основы.
- Преобразуйте цикл `for` в рекурсию.
- Инвариант — последний добавленный элемент.

Упражнение

- Простая версия: написать функцию prod, считающую произведение элементов в спискею
- Сложная версия: напишите удаление одинаковых значений из списка.
- Возьмите код на Python в качестве основы.
- Преобразуйте цикл for в рекурсию.
- Инвариант — последний добавленный элемент.

```
uniq [] = []
uniq (x:xs) = x:(uniq' x xs)
    where
        uniq' _ [] = []
        uniq' last (x:xs)
            | last == x = xs'
            | otherwise = x:xs'
            where xs' = uniq' x xs
```

И где золотые горы?

Мы пока написали на функциональном языке программу в императивном стиле. Но хотя бы работает.

Золотые горы

```
uniq (x:xs) = x:(uniq (dropWhile (== x) xs))
uniq _ = []
```

- В функциональном стиле протаскивать состояние довольно неудобно.
- Это нормально, так и надо — всё можно написать, комбинируя функции, язык нас просто к этом *легонько* подталкивает.
- Язык предоставляет много функций для работы *и со списками тоже*, пользуемся!
- Мы снова поднялись на уровень абстракции:
    - Мы умеем комбинировать функции.
    - У нас есть набор *функций высшего порядка* (они принимают другие функции в качестве аргументов): `map`, `dropWhile`, `filter`...
    - Этих функций высшего порядка не слишком много, но хватает для жизни.
    - Опять пожертвовали контролем на уровень ниже: мы не знаем, как именно происходит комбинирование при компиляции.

Играем в игру

Задача: пусть есть массив a_i длины n и массив индексов p_i. Мы хотим положить в a_i значение a_{p_i}.

Пример

i	0	1	2	3	4
a_i	10	11	10	12	9
p_i	2	0	0	4	4
a_{p_i}	10	10	10	9	9

Есть ли проблемы?

Решение

```
for i in range(len(a)):
    a[i] = a[p[i]]
```

Играем в игру

Задача: пусть есть массив a_i длины n и массив индексов p_i. Мы хотим положить в a_i значение a_{p_i}.

Пример

i	0	1	2	3	4
a_i	10	11	10	12	9
p_i	2	0	0	4	4
a_{p_i}	10	10	10	9	9

Решение

```
for i in range(len(a)):
    a[i] = a[p[i]]
```

Есть ли проблемы?

- Да, потому что массив меняется в процессе.
- Если $p_i < i$, то справа может получиться неверное значение.
- В примере нам повезло, потому что $a_{p_2} = a_0 = a_{p_0} = a_2$.
- Другой классический пример: merge sort.

Мораль: наличие состояния может не только быть неочевидно и вредить, но только на каких-то примерах.

Функциональное решение

- Как ни странно, есть оператор получения элемента списка по номеру:

```
[10, 11, 12, 13, 14] !! 2  -- 12
```

- Получаем решение:

```
permute a p = map (a !!) p
```

- **Одна** строка.
- Но для чтения надо знать, что такое `map`
- Также надо знать частичное применение оператора `!!`.

Резюме

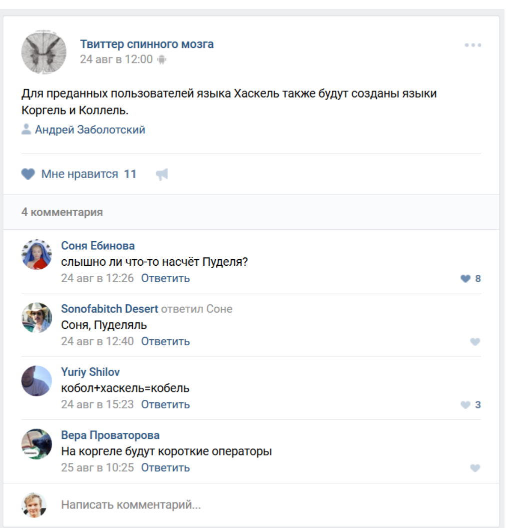
- Программа на функциональных языках представляет собой комбинацию каких-то стандартных функций в нужном порядке.
- Обычно читается хорошо, если знать названия этих функций.
- Называется очень похоже в разных языках.
- Код на функциональных языках получается довольно короткий и плотный.
- Написать нечитаемо тоже можно:

```
filter (\x -> 1 == sum (map (
    \y -> 1 - min 1 (abs (x - y))) xs)) xs
```

- Не забываем про декларативный list comprehension и введение вспомогательных функций при помощи `where`!

Приятные бонусы

- Язык заставляет вас понимать инварианты.
- Практически не используются ветвления и циклы.
- Проще доказывать корректность.
- Сложнее допустить скрытый баг.
- Активно используются абстракции, в том числе из математики («моноид» легко может всплыть).
- ФП легко встраивается в императивные языки и получаем лучшее двух миров.


Твиттер спинного мозга
24 авг в 12:00
Для преданных пользователей языка Хаскель также будут созданы языки Коргель и Коллель.
Андрей Заболотский
Мне нравится 11
4 комментария
Соня Ебинова
слышно ли что-то насчёт Пуделя?
24 авг в 12:26 Ответить
8
Sonofabitch Desert ответил Соне
Соня, Пуделяль
24 авг в 12:40 Ответить
Yuriy Shilov
кобол+хаскель=кобель
24 авг в 15:23 Ответить
3
Вера Проваторова
На коргеле будут короткие операторы
25 авг в 10:25 Ответить
Написать комментарий...

1. Парадигмы
   - Что такое
   - Императивное программирование
   - Декларативное программирование
   - Функциональное программирование
   - Жизнь без переменных
2. Интересный Haskell
   - Рекурсия
   - **Функции высшего порядка**
   - Статический полиморфизм функций
   - Ленивые вычисления
   - Резюме
   - Грабли
3. Бонус
4. Ссылки

Напоминание

- Функция является *функцией высшего порядка*, если она в качестве одного из аргументов принимает другую функцию.
- Пример: `map`. Он первым параметром принимает функцию, которая преобразует элементы списка.
- Пример: `dropWhile`. Первый аргумент умеет по элементу сообщать, надо остановиться или нет.
- Пример: `filter cond list`. Оставляет в списке только элементы, удовлетворяющие условию.
- Функции высшего порядка является основными кирпичиками в функциональном программировании.

Ещё один паттерн

```
sum (x:xs) = x + sum xs
sum _ = 0

prod (x:xs) = x * prod xs
prod _ = 1

max (x:xs) = max x (max xs)
max x = -1

concat (x:xs) = x ++ (concat xs)
concat _ = ""
```

Что общего?

Ещё один паттерн

```
sum (x:xs) = x + sum xs
sum _ = 0

prod (x:xs) = x * prod xs
prod _ = 1

max (x:xs) = max x (max xs)
max x = -1

concat (x:xs) = x ++ (concat xs)
concat _ = ""
```

Что общего?

- Все эти функции считают функцию от множества элементов.
- Для пересчёта требуется знать только текущее значение и очередной элемент.

Правая свёртка

```
foldr f a (x:xs) = f x (foldr f a xs)
foldr f a _ = a

sum    xs = foldr (+)  0    xs
prod   xs = foldr (*)  1    xs
max    xs = foldr max  (-1) xs
concat xs = foldr (++) ""   xs
```

Ещё одна популярная функция высшего порядка.

Упражнение на понимание

```
foldr f a (x:xs) = f x (foldr f a xs)
foldr f a _ = a
```

А что такое `foldr (:) [4,5] xs`?

Упражнение на понимание

```
foldr f a (x:xs) = f x (foldr f a xs)
foldr f a _ = a
```

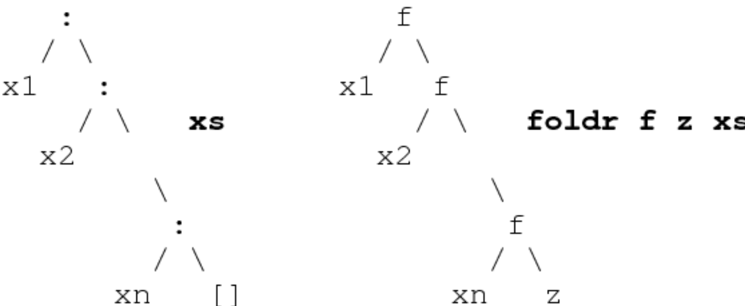
А что такое `foldr (:) [4,5] xs`?

```
foldr (:) [4,5] [1,2,3] =
1:(foldr (:) [4,5] [2,3]) =
1:(2:(foldr (:) [4,5] [3])) =
1:(2:(3:(foldr (:) [4,5] []))) =
1:(2:(3:[4,5])) =
[1,2,3,4,5]
```

Дописывание `[4,5]` в конец списка.

```
(++) a b = foldr (:) b a
```

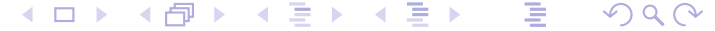
Картинка



Бамбук растёт вправо, поэтому *правая* свёртка.

Упражнения

Как узнать, все ли элементы равны `True`?



Упражнения

Как узнать, все ли элементы равны True?

```
foldr (&&) True xs
```

Как узнать сумму квадратов чисел в массиве?

Упражнения

Как узнать, все ли элементы равны True?

```
foldr (&&) True xs
```

Как узнать сумму квадратов чисел в массиве?

```
foldr (+) 0 (map (^2) xs)
```

Как выразить map через foldr?

Упражнения

Как узнать, все ли элементы равны `True`?

```
foldr (&&) True xs
```

Как узнать сумму квадратов чисел в массиве?

```
foldr (+) 0 (map (^2) xs)
```

Как выразить `map` через `foldr`?

```
map f xs = foldr (\a x -> (f a):x) [] xs
```

Вывод: в теории почти всё есть `foldr`. На практике лучше использовать готовые функции.

1. Парадигмы
   - Что такое
   - Императивное программирование
   - Декларативное программирование
   - Функциональное программирование
   - Жизнь без переменных
2. Интересный Haskell
   - Рекурсия
   - Функции высшего порядка
   - Статический полиморфизм функций
   - Ленивые вычисления
   - Резюме
   - Грабли
3. Бонус
4. Ссылки

- Мы нигде не указывали типы ни аргументов функций, ни возвращаемых значений.
- Свободно использовали функции для разных типов (вроде `map`).
- Если набрать `:t map` в GHCI, увидим её тип:

$$\underbrace{(a -> \ b)}_{\text{функция}} -> \underbrace{[a]}_{\text{исходный список}} -> \underbrace{[b]}_{\text{результат}} .$$

- Справа от последней `->` — возвращаемое значение, до этого — аргументы.
- Тут `a` и `b` — типовые переменные. На их месте может стоять любой тип.
- Естественным образом получаем, что `map` вообще всё равно, с какими списками работать.
- Haskell автоматически выводит наиболее общие типы для практически всех функций.
- Все проверки типов — *на этапе компиляции*.

Что могут делать функции

- Что вообще может делать *чистая* функция с типом `Bool -> Bool`?
- Их всего $2^2 = 4$ различных: всегда `True`, всегда `False`, отрицание, тождественная.
- А что может делать полиморфная функция с типом `a -> a`?

Что могут делать функции

- Что вообще может делать *чистая* функция с типом `Bool -> Bool`?
- Их всего $2^2 = 4$ различных: всегда `True`, всегда `False`, отрицание, тождественная.
- А что может делать полиморфная функция с типом `a -> a`?
- Только возвращать свой аргумент — она не имеет права ничего про него предполагать.

Что могут делать функции

- Что вообще может делать *чистая* функция с типом `Bool -> Bool`?
- Их всего $2^2 = 4$ различных: всегда `True`, всегда `False`, отрицание, тождественная.
- А что может делать полиморфная функция с типом `a -> a`?
- Только возвращать свой аргумент — она не имеет права ничего про него предполагать.
- А функции с типом `a -> b` не бывает — она в общем случае не может создать что-то типа `b`.
- Что может делать `a -> [a]`?

Что могут делать функции

- Что вообще может делать *чистая* функция с типом `Bool -> Bool`?
- Их всего $2^2 = 4$ различных: всегда `True`, всегда `False`, отрицание, тождественная.
- А что может делать полиморфная функция с типом `a -> a`?
- Только возвращать свой аргумент — она не имеет права ничего про него предполагать.
- А функции с типом `a -> b` не бывает — она в общем случае не может создать что-то типа `b`.
- Что может делать `a -> [a]`?
- Только создавать список из одинаковых элементов *фиксированной* длины, которая не зависит от аргумента.

Игра

Ваша задача — по типу функции угадать, что она делает.

Тип	Функция
`a -> a`	

Игра

Ваша задача — по типу функции угадать, что она делает.

Тип	Функция
`a -> a`	`id x = x`

Игра

Ваша задача — по типу функции угадать, что она делает.

Тип	Функция
`a -> a`	`id x = x`
`a -> b -> a`	

Игра

Ваша задача — по типу функции угадать, что она делает.

Тип	Функция
`a -> a`	`id x = x`
`a -> b -> a`	`fst x y = x`

Игра

Ваша задача — по типу функции угадать, что она делает.

Тип	Функция
`a -> a`	`id x = x`
`a -> b -> a`	`fst x y = x`
`a -> b -> b`	

Игра

Ваша задача — по типу функции угадать, что она делает.

Тип	Функция
`a -> a`	`id x = x`
`a -> b -> a`	`fst x y = x`
`a -> b -> b`	`snd x y = y`

Игра

Ваша задача — по типу функции угадать, что она делает.

Тип	Функция
`a -> a`	`id x = x`
`a -> b -> a`	`fst x y = x`
`a -> b -> b`	`snd x y = y`
`(a -> b) -> a -> b`	

Игра

Ваша задача — по типу функции угадать, что она делает.

Тип	Функция
`a -> a`	`id x = x`
`a -> b -> a`	`fst x y = x`
`a -> b -> b`	`snd x y = y`
`(a -> b) -> a -> b`	`apply f x = f x`

Игра

Ваша задача — по типу функции угадать, что она делает.

Тип	Функция
`a -> a`	`id x = x`
`a -> b -> a`	`fst x y = x`
`a -> b -> b`	`snd x y = y`
`(a -> b) -> a -> b`	`apply f x = f x`
`[a] -> a`	

Игра

Ваша задача — по типу функции угадать, что она делает.

Тип	Функция
`a -> a`	`id x = x`
`a -> b -> a`	`fst x y = x`
`a -> b -> b`	`snd x y = y`
`(a -> b) -> a -> b`	`apply f x = f x`
`[a] -> a`	`get xs = xs !! c`

Игра

Ваша задача — по типу функции угадать, что она делает.

Тип	Функция
`a -> a`	`id x = x`
`a -> b -> a`	`fst x y = x`
`a -> b -> b`	`snd x y = y`
`(a -> b) -> a -> b`	`apply f x = f x`
`[a] -> a`	`get xs = xs !! c`
`(a -> Bool) -> [a] -> [a]`	

Игра

Ваша задача — по типу функции угадать, что она делает.

Тип	Функция
`a -> a`	`id x = x`
`a -> b -> a`	`fst x y = x`
`a -> b -> b`	`snd x y = y`
`(a -> b) -> a -> b`	`apply f x = f x`
`[a] -> a`	`get xs = xs !! c`
`(a -> Bool) -> [a] -> [a]`	`filter`

Игра

Ваша задача — по типу функции угадать, что она делает.

Тип	Функция
`a -> a`	`id x = x`
`a -> b -> a`	`fst x y = x`
`a -> b -> b`	`snd x y = y`
`(a -> b) -> a -> b`	`apply f x = f x`
`[a] -> a`	`get xs = xs !! c`
`(a -> Bool) -> [a] -> [a]`	`filter`
`(a -> Bool) -> [a] -> [a]`	

Игра

Ваша задача — по типу функции угадать, что она делает.

Тип	Функция
`a -> a`	`id x = x`
`a -> b -> a`	`fst x y = x`
`a -> b -> b`	`snd x y = y`
`(a -> b) -> a -> b`	`apply f x = f x`
`[a] -> a`	`get xs = xs !! c`
`(a -> Bool) -> [a] -> [a]`	`filter`
`(a -> Bool) -> [a] -> [a]`	`dropWhile`

Игра

Ваша задача — по типу функции угадать, что она делает.

Тип	Функция
`a -> a`	`id x = x`
`a -> b -> a`	`fst x y = x`
`a -> b -> b`	`snd x y = y`
`(a -> b) -> a -> b`	`apply f x = f x`
`[a] -> a`	`get xs = xs !! c`
`(a -> Bool) -> [a] -> [a]`	`filter`
`(a -> Bool) -> [a] -> [a]`	`dropWhile`
`(a -> Int) -> [a] -> Int`	

Игра

Ваша задача — по типу функции угадать, что она делает.

Тип	Функция
`a -> a`	`id x = x`
`a -> b -> a`	`fst x y = x`
`a -> b -> b`	`snd x y = y`
`(a -> b) -> a -> b`	`apply f x = f x`
`[a] -> a`	`get xs = xs !! c`
`(a -> Bool) -> [a] -> [a]`	`filter`
`(a -> Bool) -> [a] -> [a]`	`dropWhile`
`(a -> Int) -> [a] -> Int`	`sum (map f xs)`

Игра

Ваша задача — по типу функции угадать, что она делает.

Тип	Функция
`a -> a`	`id x = x`
`a -> b -> a`	`fst x y = x`
`a -> b -> b`	`snd x y = y`
`(a -> b) -> a -> b`	`apply f x = f x`
`[a] -> a`	`get xs = xs !! c`
`(a -> Bool) -> [a] -> [a]`	`filter`
`(a -> Bool) -> [a] -> [a]`	`dropWhile`
`(a -> Int) -> [a] -> Int`	`sum (map f xs)`
`(a -> b -> b) -> b -> [a] -> b`	

Игра

Ваша задача — по типу функции угадать, что она делает.

Тип	Функция
`a -> a`	`id x = x`
`a -> b -> a`	`fst x y = x`
`a -> b -> b`	`snd x y = y`
`(a -> b) -> a -> b`	`apply f x = f x`
`[a] -> a`	`get xs = xs !! c`
`(a -> Bool) -> [a] -> [a]`	`filter`
`(a -> Bool) -> [a] -> [a]`	`dropWhile`
`(a -> Int) -> [a] -> Int`	`sum (map f xs)`
`(a -> b -> b) -> b -> [a] -> b`	`foldr`

Вывод типов

Ваша задача — по определению функции вывести наиболее общий тип.

Функция	Тип
`foo x y = x y`	

Вывод типов

Ваша задача — по определению функции вывести наиболее общий тип.

Функция	Тип
`foo x y = x y`	`(a -> b) -> a -> b`

Вывод типов

Ваша задача — по определению функции вывести наиболее общий тип.

Функция	Тип
`foo x y = x y`	`(a -> b) -> a -> b`
`foo x y z = x y z`	

Вывод типов

Ваша задача — по определению функции вывести наиболее общий тип.

Функция	Тип
`foo x y = x y`	`(a -> b) -> a -> b`
`foo x y z = x y z`	`(a -> b -> c) -> a -> b -> c`

Вывод типов

Ваша задача — по определению функции вывести наиболее общий тип.

Функция	Тип
`foo x y = x y`	`(a -> b) -> a -> b`
`foo x y z = x y z`	`(a -> b -> c) -> a -> b -> c`
`foo x y z = (x y) + (x z)`	

Вывод типов

Ваша задача — по определению функции вывести наиболее общий тип.

Функция	Тип
`foo x y = x y`	`(a -> b) -> a -> b`
`foo x y z = x y z`	`(a -> b -> c) -> a -> b -> c`
`foo x y z = (x y) + (x z)`	`(a -> Int) -> a -> a -> Int`

Вывод типов

Ваша задача — по определению функции вывести наиболее общий тип.

Функция	Тип
`foo x y = x y`	`(a -> b) -> a -> b`
`foo x y z = x y z`	`(a -> b -> c) -> a -> b -> c`
`foo x y z = (x y) + (x z)`	`(a -> Int) -> a -> a -> Int`
`foo x y = (x y) + y`	

Вывод типов

Ваша задача — по определению функции вывести наиболее общий тип.

Функция	Тип
`foo x y = x y`	`(a -> b) -> a -> b`
`foo x y z = x y z`	`(a -> b -> c) -> a -> b -> c`
`foo x y z = (x y) + (x z)`	`(a -> Int) -> a -> a -> Int`
`foo x y = (x y) + y`	`(Int -> Int) -> Int -> Int`

Вывод типов

Ваша задача — по определению функции вывести наиболее общий тип.

Функция	Тип
`foo x y = x y`	`(a -> b) -> a -> b`
`foo x y z = x y z`	`(a -> b -> c) -> a -> b -> c`
`foo x y z = (x y) + (x z)`	`(a -> Int) -> a -> a -> Int`
`foo x y = (x y) + y`	`(Int -> Int) -> Int -> Int`
`foo x y = (x y):y`	

Вывод типов

Ваша задача — по определению функции вывести наиболее общий тип.

Функция	Тип
`foo x y = x y`	`(a -> b) -> a -> b`
`foo x y z = x y z`	`(a -> b -> c) -> a -> b -> c`
`foo x y z = (x y) + (x z)`	`(a -> Int) -> a -> a -> Int`
`foo x y = (x y) + y`	`(Int -> Int) -> Int -> Int`
`foo x y = (x y):y`	`([a] -> a) -> [a] -> [a]`

Резюме

- Без полиморфизма функции высшего порядка были бы бесполезны.
- Часто по типу полиморфной функции можно догадаться, что она делает.
- Есть специальный поисковик Hoogle, который ищет функции по их типу.
- Hoogle — полезная штука, если вам нужна какая-то «очевидно полезная» функция. Найдётся всё.

1. Парадигмы
   - Что такое
   - Императивное программирование
   - Декларативное программирование
   - Функциональное программирование
   - Жизнь без переменных
2. Интересный Haskell
   - Рекурсия
   - Функции высшего порядка
   - Статический полиморфизм функций
   - Ленивые вычисления
   - Резюме
   - Грабли
3. Бонус
4. Ссылки

Идея

- В классических языках аргументы сначала вычисляются, потом передаются функции: в вызове foo(bar()) сначала вычислится bar(), а результат передадут в foo().
- В Haskell наоборот: если функции неважно, что именно ей передали в качестве аргумента — это нечто не будет вычислено.
- Другими словами, вычисления производят только от плохой жизни: если по-другому никак.
- Например, если надо аргумент сравнить с шаблоном.
- В функции fst второй аргумент вычисляться никогда не будет:
```
fst x y = x
```
- А в функции if' будет вычислен только нужный аргумент:
```
if' True  x _ = x
if' False _ y = y
```
- Приходится тащить вместо невычисленного выражения инструкцию, как его получить.

Бесконечные структуры

- Напоминание: `[1, 2, 3]` — это сахар для `1:2:3:[]`.
- Попробуем завести бесконечный список из единиц:

```
ones = 1:1:1:1:1:1:...
```

- Так как бесконечную строчку написать не можем, придётся заметить рекурсию:

```
ones = 1:ones
```

- Этого уже хватит для вычисления, попробуйте `take 10 ones`.
- Как работает: хвост списка вычисляется только тогда, когда он реально нужен.
- Поэтому если никто не залез дальше второго элемента, то третий и последующие не будут вычислены, а будет просто храниться, как их можно в случае чего получить.

Подробный пример

```
take 0 _ = []
take n (x:xs) = x:(take (n - 1) xs)
ones = 1:ones
take 3 ones = take 3 (1:ones) = 1:(take (3-1) ones)
take 2 ones = take 2 (1:ones) = 1:(take (2-1) ones)
take 1 ones = take 1 (1:ones) = 1:(take (1-1) ones)
take 0 ones = []
take 3 ones = 1:1:1:[] = [1, 1, 1]
```

Пример похитрее

```
iota n = n:(iota (n + 1))
take 3 (iota 5) = take 3 (5:iota 6) =
5:(take 2 (iota 6)) = 5:(take 2 (6:iota 7)) =
5:6:(take 1 (iota 7)) = 5:6:(take 1 (7:iota 8)) =
5:6:7:(take 0 (iota 8)) = 5:6:7:[]
iota n = [n, n + 1, n + 2, ...]
```

Практически так реализован синтаксический сахар `[5..]`.

Числа Фибоначчи

Составляем уравнение на список из чисел Фибоначчи:

```
fib   = [1, 1, 2, 3, 5, 8, ...]
0:fib = [0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...]
zipWith (+) fib (0:fib) =
        [1, 2, 3, 5, 8, 13, ...]
1:zipWith (+) fib (0:fib) =
        [1, 1, 2, 3, 5, 8, ...]
fib = 1:zipWith (+) fib (0:fib)  -- Определение в Haskell
```

Вычисление Фибоначчи

```
fib = 1:zipWith (+) fib (0:fib)  -- Определение в Haskell
```

- Изначально знаем только `fib !! 0`.
- Когда надо вычислить `fib !! 1`, надо вычислить нулевой элемент от `zipWith`.
- А для этого надо знать нулевые элементы от `fib` и `0:fib`, оба знаем.
- Значит, их сумма и есть `fib !! 1`.
- Когда потребуется вычислить `fib !! 2`, надо будет вычислить первый элемент от `zipWith`.
- Для этого придётся раскрыть `fib` дважды (как в предыдущих пунктах), а `0:fib` — один раз.
- Раскрыть получится — это элементы мы уже считали. Значит, посчитаем их сумму и `fib !! 2`.
- И так до бесконечности.
- Время работы и память неизвестны :)

Особенности бесконечных списков

- У них нет конца.
- Если ваша функция пытается дойти до конца списка — у неё проблемы:

```
getFirstTen xs = take (min 10 (length xs)) xs
length xs  -- Не работает с бесконечными списками.
```

- Из-за ленивости операции над бесконечными списками реальны:

```
take 0 _      = []   -- Тут второй аргумент не вычисляется
take n (x:xs) = x:(take (n - 1) xs)
```

- Или даже так:

```
any' (True :_)  = True
any' (_    :xs) = any' xs
```

- Функции в домашнем задании должны корректно обрабаывать те бесконечные списки, на которых поведение определено.
- Надо писать аккуратно.

Упражнение

- Напишите функцию `concat`, который приписывает один список к другому.
- Работает в точности как оператор `(++)`.
- Когда осмысленно получать на вход бесконечный список?

Упражнение

- Напишите функцию concat, который приписывает один список к другому.
- Работает в точности как оператор (++).
- Когда осмысленно получать на вход бесконечный список?

```
concat (x:xs) ys = x:(concat xs ys)
concat _      ys = ys
```

- Если получаем бесконечный список как первый аргумент — второй не используется.
- Если получаем бесконечный список как второй аргумент — он дописывается в конец первого.
- В Haskell оператор (++) действительно работает за линию.

1 Парадигмы
- Что такое
- Императивное программирование
- Декларативное программирование
- Функциональное программирование
- Жизнь без переменных

2 Интересный Haskell
- Рекурсия
- Функции высшего порядка
- Статический полиморфизм функций
- Ленивые вычисления
- Резюме
- Грабли

3 Бонус

4 Ссылки

- Haskell строго типизирован и есть полиморфные функции, всё проверяется на этапе компиляции.
- Циклов нет, переменных нет, всё делается рекурсивно.
- `if`'ы не нужны — используем pattern matching, в крайнем случае — guards.
- На Haskell тоже можно как-то писать в императивном стиле.
- Лучше писать в функциональном стиле, комбинируя функции высшего порядка со своими.
- Самая мощная функция из известных нам сейчас — `foldr`.
- Вычисления очень ленивы: пока не потребуется сравнить с чем-то, вычисления не будет.
- Из-за этого возможны бесконечные структуры и разумные конечные операции с ними.
- Списки односвязные, из-за этого они бывают бесконечными.

1. Парадигмы
   - Что такое
   - Императивное программирование
   - Декларативное программирование
   - Функциональное программирование
   - Жизнь без переменных
2. Интересный Haskell
   - Рекурсия
   - Функции высшего порядка
   - Статический полиморфизм функций
   - Ленивые вычисления
   - Резюме
   - Грабли
3. Бонус
4. Ссылки

Классы типов

- Иногда хочется функцию полиморфную, но с ограничением на тип.
- Например, `min` должен уметь сравнивать свои аргументы.
- Набор свойств, которыми должен обладать тип, называют *классом типа*.
- Подробнее разберём на следующем занятии.
- То, что идёт перед => в типе в Haskell — это как раз ограничения на классы:

```
min :: Ord a => a -> a -> a
```

- a — любой тип, лежащий в классе `Ord`.
- Не путать с классами из ООП!
- Тут «класс» означает «множество», как в математике.

Очень строгая типизация

- Есть разные типы для вещественных и целых чисел.
- Оператор `==` между разными типами чисел не определён.
- Но тестом `2 == 2.0` это не поймать.
- Тип числовой константы определяется в момент компиляции: это будет либо вещественное число (класс `Fractional`), либо целое (класс `Integral`), либо любое (класс `Num`).
- Для конвертации между `Fractional` и `Integral` можно использовать `fromIntegral` и `round`.

Каррирование

- Что такое каррирование — не разбираем.
- С точки зрения Haskell, функции типов `a -> b -> c` и `a -> (b -> c)` неотличимы.
- Можно проверить по синтаксису вызова.
- Можно даже посмотреть, что будет, если написать `map (+1)`.
- Или обнаружить, что `(3+)` и `(+) 3` возвращают одно и то же.
- Поэтому считается, что стрелочка в типах ассоциативна вправо.
- Если ожидали `(a -> b) -> (a -> b)`, а получили `(a -> b) -> a -> b` — это одно и то же.

Унарный минус

- Единственный унарный оператор в Haskell.
- Захардкожен костылями.
- Ломает красоту, потому что (-3) надо интерпретировать как унарный минус, а не как оператор - с зафиксированным операндом.
- А ((-)3) надо интерпретировать, как оператор (-) с зафиксированным первым (левым) операндом.
- Поэтому зафиксировать правый аргумент у бинарного минуса никак нельзя, кроме лямбда-функций.

Как отлаживать

- Ваш лучший друг — чтение кода и выписывание типов.
- Haskell обычно выдаёт точный символ, в котором произошла ошибка. Там и надо смотреть.
- Начинать лучше с самой верхней ошибки.
- Можно закомментировать кусок кода, а у оставшегося явно написать нужный тип:

```
map' :: (a -> b) -> [a] -> [b]
map' f a b = f a  -- Ошибка компиляции
```

- Проверяйте код при помощи hlint.
- Он заодно проверяет соответствие некоторому стилю.
- Не все рекомендации hlint жизненно необходимо выполнять, так как единого стиля нет.

1. Парадигмы
   - Что такое
   - Императивное программирование
   - Декларативное программирование
   - Функциональное программирование
   - Жизнь без переменных
2. Интересный Haskell
   - Рекурсия
   - Функции высшего порядка
   - Статический полиморфизм функций
   - Ленивые вычисления
   - Резюме
   - Грабли
3. Бонус
4. Ссылки

Мои наблюдения-1

- На функциональных языках обычно очень компактные программы и много синтаксического сахара.
- Обычно функциональные языки (в том числе Haskell) умеют очень сильно расширять свой синтаксис до неузнаваемости.
- Иногда всё это превращается в сахарную вату.
- Элементы ФП в разной степени поддерживаются в разных языках, в том числе в «императивных»: C++, Python, Java.
- Есть модные смеси императивного и функционального программирования вроде Scala или OCaml.
- Некоторые функциональные языки используются в реальной жизни: Erlang.
- Чисто функциональные программы может быть сложнее отлаживать, так как нет «состояния программы».

Мои наблюдения-2

- Многие идеи из ФП полезны и в повседневной жизни:
  - Неизменяемое состояние.
  - Функции высшего порядка (где есть поддержка в языке).
  - Чистые функции без побочных эффектов.
- Если язык поддерживают хотя бы `map`, лямбда-функции или list comprehension, на нём уже намного приятнее писать.
- Функциональные элементы могут сильно упростить код императивной программы без потери скорости.
- Дополнительных проблем эти элементы не вносят.
- Надо быть аккуратными и не мешать их с изменяемым состоянием.

- Практическое введение в функциональное программирование — идеология.
- learnyouahaskell.com, нас интересуют главы 2 и 4-6.
- Есть перевод на русский: «Изучай Haskell во имя добра!»
- Проверяющая система с задачами.
- Лекции и слайды на английском.
- Руководство на русском (пропустите раздел с модулями).