## Задание 6 (на 12.10).

**ML 27.** Пусть $g(x_1, \ldots, x_k) = y_0$, где $y_0 = \min\{y \mid f(x_1, \ldots, x_k, y) = 0\}$. Покажите, что при вычислимой не всюду определенной $f$, $g$ может быть невычислимой.

**ML 28.** Пусть $H = \{(n, x) \mid <n>(x)$ останавливается$\}$. Покажите, что $H \in \Sigma_1$ и любое множество из $\Sigma_1$ $m$-сводится к $H$.

**ML 29.** Покажите, что множество номеров алгоритмов, которые не останавливаются ни на одном входе

а) лежит в классе $\Pi_1$;

б) любое другое множество из $\Pi_1$ $m$-сводится к этому множеству;

в) покажите, что это множество не лежит в $\Sigma_1$.

**ML 30.** Является ли перечислимым множество всех программ, вычисляющим сюръективные функции? А его дополнение?

**ML 31.** Обозначим через $K(x)$ минимальное такое число $n$, что алгоритм с номером $n$ (номер алгоритма — это номер его текста, при этом строчки упорядочиваются сначала по длине, потом по алфавиту) на входе 0 входе печатает $x$ и останавливается. Докажите, что $K(x)$ не является вычислимой функцией.

**ML 32.** Пусть предикат $A(n, x)$ обладает таким свойством: для любого разрешимого предиката $R(x)$ найдется такое натуральное число $r$, что $A(r, x) = R(x)$ для всех $x$. Покажите, что предикат $A$ не разрешим.

---

**ML 18.** (простые множества Поста) Назовем множество *иммунным*, если оно бесконечно, но не содержит бесконечных перечислимых подмножеств. Перечислимое множество называется *простым*, если его дополнение иммунно. Докажите, что простые множества существуют.

**ML 21.** Задача Поста состоит в следующем: есть доминошки $n$ видов $\left[\frac{s_1}{t_1}\right]$, $\left[\frac{s_n}{t_n}\right]$, $s_i$ и $t_i$ — конечные строки, есть неограниченный запас доминошек каждого вида, доминошки переворачивать нельзя. Требуется определить, можно ли составить несколько доминошек так, чтобы в верхней и нижней их половине читалась одна и та же строка, такие последовательности доминошек будем называть согласованными. Докажите, что задача Поста алгоритмически неразрешима.

**ML 26.** Покажите, что существуют универсальная вычислимая функция, которая не является главной.