

Алгебра. Программа курса

2015/2016 учебный год; 2 курс, 3 семестр

Полилинейная алгебра.

1. Факторпространство. Относительный базис.
2. Индуцирование линейного отображения на фактопространстве.
3. Тензорное произведение пространств: построение вспомогательных пространств M и M_0 . Тензорное произведение как факторпространство M/M_0 . Разложимые тензоры.
4. Тензорное произведение пространств: каноническое полилинейное отображение из $V_1 \times \cdots \times V_n$ в $V_1 \otimes \cdots \otimes V_n$.
5. Теорема об универсальности тензорного произведения.
6. Изоморфизм пространства полилинейных отображений из $V_1 \times \cdots \times V_n$ в W и пространства линейных отображений из $V_1 \times \cdots \times V_n$ в W .
7. Размерность тензорного произведения.
8. Тензорный базис.
9. Тензорные произведения пространств функций.
10. Подъем поля скаляров.
11. Стандартные изоморфизмы: ассоциативность тензорного произведения.
12. Стандартные изоморфизмы: коммутативность тензорного произведения.
13. Стандартные изоморфизмы: двойственность.
14. Стандартные изоморфизмы: тензорное произведение $U^* \otimes V$ и пространство линейных отображений из U в V .
15. Разложимые тензоры в $U^* \otimes V$ и матрицы ранга 1. Тензорный ранг. Совпадение тензорного ранга матрицы и обычного ранга.
16. Тензорное произведение операторов. Кронекерово произведение матриц.
17. Тензорная алгебра векторного пространства, p раз ковариантные и q раз контравариантные тензоры. Примеры тензоров малой валентности.
18. Алгебры и их структурные константы. Структурный тензор алгебры как тензор валентности $(2,1)$.
19. Классическое определение тензоров и преобразование тензоров при замене координат.
20. Операция свертки тензоров.

Теория групп.

21. Нормальные подгруппы. Критерии нормальности подгруппы.
22. Факторгруппа.
23. Нормальные подгруппы как ядра гомоморфизмов.
24. Первая теорема о гомоморфизме.

25. Произведения подгрупп. Критерий того, что произведение подгрупп является подгруппой.
26. Вторая теорема о гомоморфизме.
27. Третья теорема о гомоморфизме.
28. Внешнее прямое произведение групп.
29. Действия групп на множествах. Орбиты, стабилизаторы. Транзитивное действие. Точное действие.
30. Теорема об орбитах и стабилизаторах.
31. p -группы. Нетривиальность центра p -группы.
32. Лемма Бернсайда.
33. Конструкция свободной группы.
34. Свободная группа. Теорема о несократимых словах.
35. Конечнопорожденные группы как факторгруппы свободных.
36. Группы, заданные образующими и соотношениями.

Примечание: Алгоритм Штрассена не будет включен в экзаменационные билеты. Я не хочу требовать от вас заучивания формул, лежащих в основе алгоритма. А восстановить их в ходе подготовки ответа (зная только, что такие формулы существуют) — задача, требующая слишком много времени.