

Задание 10 (на 16.11).

ML 48. Можно ли в данной интерпретации провести элиминацию кванторов $(Z, =, <, +, 0, 1)$?

ML 49. Пусть T теория следующего языка: $\{<, R, B\}$, где R (red) и B (blue) унарные предикаты.

T содержит все аксиомы плотного линейного порядка без первого и последнего элемента, а также:

$$\forall xy \exists zw (x < z < w < y \wedge R(z) \wedge B(w))$$

$$\forall x (R(x) \vee B(x))$$

$$\forall x (R(x) \leftrightarrow \neg B(x)).$$

Докажите, что любые интерпретации данной теории на счетном множестве изоморфны.

Две интерпретации одной сигнатуры называются элементарно эквивалентными, если каждая замкнутая формула в первой интерпретации верна тогда и только тогда, когда она верна во второй.

ML 50. Будет ли интерпретация $(\mathbb{N}, =, <)$ элементарно эквивалентна: $(\mathbb{N} + \mathbb{N}, =, <)$. (Две копии нат. чисел, все элементы из второй копии больше элементов из первой).

ML 51. Будет ли интерпретация $(\mathbb{N}, =, <)$ элементарно эквивалентна: $(\mathbb{N} + \mathbb{Z}, =, <)$. А будут ли эти интерпретации изоморфны?

ML 52. Будет ли интерпретация $(\mathbb{Q}, =, <)$ элементарно эквивалентна:

а) $(\mathbb{Q} + \mathbb{Q}, =, <)$;

б) $(\mathbb{Q} + \mathbb{R}, =, <)$.

ML 46. Можно ли в данной интерпретации провести элиминацию кванторов $(\mathbb{Q}, =, +)$? Если нет, то можно ли добавить какой-нибудь выразимый предикат так, чтобы с новым предикатом элиминация квантором стала возможной.

ML 47. Можно ли в данной интерпретации провести элиминацию кванторов $(\mathbb{Q}, =, S)$, где S — прибавление единицы? Если нет, то можно ли добавить какой-нибудь выразимый предикат так, чтобы с новым предикатом элиминация кванторов стала возможной.