

Классы NP, coNP, иерархия по времени(ДЗ).

27 Февраля 2018

1. Покажите, что если $NP=coNP$, ТИТТ когда 3SAT сводится к TAUTOLOGY.
2. Покажите, что $\Sigma_2SAT \subset P$ если $P = NP$. Язык Σ_2SAT состоит из истинных формул вида

$$\psi = \exists_{x \in \{0,1\}^n} \forall_{y \in \{0,1\}^n} \phi(x, y).$$

Так $\exists_{x \in \{0,1\}^n} \forall_{y \in \{0,1\}^n} ((x \wedge y) = 0)$ принадлежит Σ_2SAT , а $\exists_{x \in \{0,1\}^n} \forall_{y \in \{0,1\}^n} (x = y)$ не принадлежит.

3. Посчитайте за полином $H(n)$, функцию определенную на лекции.

$H(n)$ было определено следующим образом — это минимальный номер i машины Тьюринга меньший $\log \log n$, которая дает правильный ответ для языка SAT_H на всех входах x , таких что $|x| \leq \log n$, за время $i|x|^i$. Если такого i не нашлось среди превых $\log \log n$ чисел, то $H(n) = \log \log n$.

Для любой функции $H : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ язык SAT_H состоит из строк $\{\phi 01^{n^{H(n)}}\}$, где $n = |\phi|$ и ϕ кодирует выполнимую формулу.

4. Вам сообщили, что ответ в Вашем экземпляре задачи вершинного покрытия или меньше k или больше $3k$. Покажите, что Вы можете различить два этих случая за полиномиальное время. Почему отсюда не следует $P=NP$?
5. Докажите, что существует язык, который распознается машиной Тьюринга работающей $O(n^3)$. При этом для любой машины Тьюринга работающей $O(n^2)$ существует длина входа, такая, что на входах этой длины данная машина выдает правильный ответ ровно в половине случаев.

6. Докажите, что если все унарные языки из NP лежат в P, то $EXP = NEXP$. Унарный язык — это язык состоящий из строк вида $111 \dots 1$, то есть строки используют только один символ (единицу) для записи. Пример унарного языка — строки четной длины состоящие только из единиц.