

АКАДЕМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
“АЛГЕБРА”, 1 СЕМЕСТР

Необходимым (но не достаточным!) условием успешной сдачи экзамена является знание основных определений и формулировок. Если в списке вопросов вы не находите какое-то определение из тех, что были в курсе, это еще не значит, что его учить не надо.

Список экзаменационных вопросов

Глава 1.

1. Отображения. График отображения. Композиция отображений. Теорема об ассоциативности композиции.

2. Обратимые отображения и их свойства. Единственность обратного отображения.

3. Тожественное отображение. Теорема о свойствах отображений, композиция которых есть тождественное отображение.

4. Инъективные, сюръективные и биективные отображения. Равносильность инъективности и обратимости слева.

5. Инъективные, сюръективные и биективные отображения. Равносильность сюръективности и обратимости справа.

6. Инъективное отображение конечного множества на себя является биективным.

7. Сюръективное отображение конечного множества на себя является биективным.

8. Основные типы бинарных отношений.

9. Отношение эквивалентности. Классы эквивалентности. Теорема о разбиении на классы.

Глава 2.

10. Группы. Простейшие следствия из аксиом группы.

11. Подгруппы. Критерий того, что непустое подмножество группы является подгруппой. Пересечение подгрупп.

12. Два эквивалентных определения подгруппы, порожденной множеством.

13. Гомоморфизмы групп. Свойства гомоморфизмов.

14. Циклические группы. Теорема о классификации циклических групп с точностью до изоморфности.

15. Классы смежности.

16. Теорема Лагранжа и следствия из нее.

17. Теорема о разложении перестановки в произведение непересекающихся циклов.

18. Симметрическая группа. Порождение симметрической группы транспозициями.

19. Четность перестановки. Теорема об изменении четности при умножении на транспозицию и следствия из нее.

Глава 3.

20. Кольца, тела, поля. Простейшие следствия из аксиом кольца.

21. Мультипликативная группа кольца.

22. Построение кольца многочленов.

23. Степень многочлена. Свойства степени.

24. Теорема о делении с остатком в кольце многочленов.
25. Теорема Безу и следствие из нее.
26. Характеристика кольца. Теорема о характеристике поля.
27. Производная многочлена и ее свойства.
28. Кратные корни многочлена. Теорема о кратности корня многочлена и его производной.
29. Теорема о числе корней многочлена (с леммами).
30. Алгебраически замкнутые поля. Четыре равносильных переформулировки алгебраической замкнутости.
31. Интерполяционная задача. Метод Ньютона.
32. Интерполяционная задача. Метод Лагранжа.
33. Биномиальная формула.

Глава 4.

34. Конструкция комплексных чисел, как множества пар. Множество комплексных чисел является полем.
35. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Комплексное сопряжение. Свойства комплексного сопряжения.
36. Модуль комплексного числа. Мультипликативность модуля. Произведение двух сумм двух квадратов.
37. Аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма записи. Арифметические операции над комплексными числами в тригонометрической форме.
38. Неравенство треугольника для комплексных чисел.
39. Формула Муавра.
40. Извлечение корней n -й степени из комплексного числа.
41. Корни из 1. Первообразные корни из 1.
42. Вычисление тригонометрических сумм при помощи комплексных чисел.
43. Многочлены Чебышева.
44. Доказательство теоремы о пересечении высот треугольника при помощи комплексных чисел.

Глава 5.

45. Матрицы. Действия над матрицами. Ассоциативность и отсутствие коммутативности (в общем случае) матричного умножения.
46. Матричная конструкция поля комплексных чисел.
47. Тело кватернионов как подкольцо в $M(2, \mathbb{C})$.
48. Конструкция тела кватернионов как множества четверок вещественных чисел.
49. Вещественная и мнимая часть кватерниона. Сопряжение в теле кватернионов. Свойства сопряжения. Модуль.
50. Мультипликативность модуля кватернионов. Тождество Эйлера для произведения двух сумм четырех квадратов.