

Задание 4 (на 09.03).

$\mathbf{L}(\mathbf{NL})$ — класс языков для которых существует ДМТ (НМТ), которая использует $O(\log(n))$ памяти.

СС 23. Докажите, что:

- а) $\mathbf{L} \in \mathbf{P}$;
- б) если $\mathbf{SAT} \in \mathbf{L}$, то $\mathbf{NP} \in \mathbf{L}$.

СС 24. Докажите, что:

- а) задача проверки графа на сильную связность лежит в \mathbf{NL} ;
- б) задача проверки графа на сильную связность является полной в классе \mathbf{NL} (относительно сведений по Карпу, использующих логарифмическую память).

СС 25. Приведите пример языка из $\mathbf{P/poly}$, который не лежит в \mathbf{P} .

СС 26. (подсказка: $\mathbf{NEXP}^{\mathbf{NEXP}}$ vs. \mathbf{NEXP}) Докажите, что если $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$, то существует язык из \mathbf{EXP} , схемная сложность которого не меньше $\frac{2^n}{10n}$.

СС 27. Докажите, что существует язык, для которого любой алгоритм, работающий время $O(n^2)$ решает его правильно на менее, чем на половине входов какой-то длины, но этот язык распознается алгоритмом, работающим время $O(n^3)$.

СС 10. Докажите, что:

- а) что число n простое тогда и только тогда, когда для каждого простого делителя q числа $n - 1$ существует $a \in 2, 3, \dots, n - 1$ при котором $a^{n-1} = 1 \pmod n$, а $a^{\frac{n-1}{q}} \neq 1 \pmod n$;
- б) язык простых чисел лежит в \mathbf{NP} .

СС 20. Постройте примеры полных задач относительно сведений по Карпу в классах:

- а) \mathbf{EXP} , \mathbf{NEXP} ;
- б) $\mathbf{NE} = \bigcup_{c>0} \mathbf{NTime}[2^{cn}]$.

СС 21. (подсказка: вспомните задачу $\mathbf{P} = \mathbf{NP} \Rightarrow \mathbf{EXP} = \mathbf{NEXP}$) Пусть $\mathbf{NP} \subseteq \mathbf{DTime}[n^{\log(n)}]$, докажите, что $\mathbf{PH} \subseteq \bigcup_k \mathbf{DTime}[n^{\log^k(n)}]$.