

Задание 5

24.03.2017

FL 15 Пусть $A \subseteq \mathbb{N}$. Введём обозначение:

$$B_k(A) = \{ w \mid w \text{ — представление некоторого числа из } A \text{ в } k\text{-ичной системе счисления} \}$$

Приведите пример множества A , для которого $B_2(A)$ распознаётся DFA, а $B_3(A)$ не распознаётся DFA.

FL 17 Приведите регулярные выражения для следующих языков:

b) Множество слов из 0 и 1, не содержащих подслово 101.

c) Множество слов из 0 и 1, в которых число 0 делится на 3, а число 1 чётно.

FL 18 Докажите нерегулярность следующих языков:

a) $\{ 0^n \mid n \text{ — полный квадрат} \}$

b) $\{ w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ — двоичное представление простого числа} \}$

Определение. Будем говорить, что DFA синхронизируется строкой s , если $\forall q_1, q_2 \in Q : \delta(q_1, s) = \delta(q_2, s)$.

FL 19 Докажите, что если детерминированный автомат A имеет k состояний и синхронизируется некоторой строкой, то он также синхронизируется и строкой длины не более k^3 .

FL 20 Приведите алгоритм, который по данному DFA A вычисляет количество распознаваемых им слов длины n за время

a) $poly(|Q_A| \cdot n)$

b) $poly(|Q_A|) \cdot \log(n)$

FL 21 Будем писать $L_1 \ll L_2$, если $L_1 \subset L_2$ и $|L_2 \setminus L_1| = \infty$. Докажите, что если L_1, L_2 — регулярные и $L_1 \ll L_2$, то существует такой регулярный язык L_3 , что $L_1 \ll L_3 \ll L_2$.

FL 22 Пусть M_1 и M_2 — DFA, имеющие k_1 и k_2 состояний соответственно, и пусть $U = L(M_1) \cup L(M_2)$, где $L(A)$ — язык, который распознаётся автоматом A . Пусть $U \neq \emptyset$ и $U \neq \Sigma^*$. Докажите, что U содержит некоторую строку s_1 длины не более $\max(k_1, k_2)$ и что существует не принадлежащая U строка s_2 длины не более $k_1 k_2$.

FL 23 Докажите, что следующие языки являются контекстно-свободными:

a) $\{ a^n b^{n+m} a^m \mid n, m \geq 0 \}$

b) $\{ w \mid w \in \{a, b\}^*, |w|_a = |w|_b \}$

c) \bar{L} , где $L = \{ ww \mid w \in \{a, b\}^* \}$

FL 24 Докажите, что класс контекстно-свободных языков замкнут относительно операций:

a) Объединения с контекстно-свободными и пересечения с регулярными языками.

b) $SUFFIX(L) = \{ v \mid \exists u : uv \in L \}$.

c) $h(L)$, где $h : \Sigma^* \rightarrow \Gamma^*$ — произвольный гомоморфизм.