

# Домашнее задание

17 февраля 2012 г.

1. Найти  $F$  и  $G$ , удовлетворяющие следующим равенствам:  
 $F = A F G$   
 $G = B F G$   
Задача имеет более 1 решения.
2. Реализовать на вашем любимом ЯП следующую программу.  
Имена `input` и `output` файлов передаются в параметрах командной строки.  
Во входном файле на каждой из строчек находится уравнение на термы вида  $F A = A (\lambda x. x F)$  ( $\lambda$  вместо  $\lambda$ )  
В результате нужно выдать термы, удовлетворяющие уравнениям, в виде  $F = Y (\lambda f a. a (\lambda x. x f))$
3. Показать, что не существует терма  $F$  такого, что  $\forall M, N : F(MN) = M$ .
4. Длина терма - это количество символов в нем (скобки, лямбды, точки и переменные) умножить на 0.5 см.  
Найти короткий терм (длины  $< 30$  см) такой, что его нормальная форма имеет длину  $> 10^{10^{10}}$  световых лет.
5. Показать, что  $\forall M \exists N (N$  находится в  $\beta$ -нормальной форме и  $NI \rightarrow_{\beta} M)$ , где  $I = \lambda x. x$
6. Реализовать при помощи оператора примитивной рекурсии  $R$  функцию  $n \mapsto ((n + 1) * n) / 2$
7. Реализовать при помощи оператора примитивной рекурсии  $R$  функцию аккермана  $A$ :  
 $A \overline{0} \overline{n} = \overline{n + 1}$   
 $A \overline{m + 1} \overline{0} = A \overline{m} \overline{1}$   
 $A \overline{m + 1} \overline{n + 1} = A \overline{m} (A \overline{m + 1} \overline{n})$
8. (a) Написать оператор примитивной рекурсии  $L$  для списков, удовлетворяющий следующим равенствам:  
 $L F G nil =_{\beta} F$   
 $L F G (cons X T) =_{\beta} G X T (L F G T)$   
Реализовать при помощи него следующие функции:

- (b) *tail*, возвращающую хвост списка:  
 $tail (cons A (cons B (cons C nil))) = cons B (cons C nil)$
- (c) *append*, объединяющую два списка:  
 $append (cons A (cons B nil)) (cons C (cons D nil))$   
 $= cons A (cons B (cons C (cons D nil)))$