

## Автоморфизм. Изоморфизм. Перечисление непомеченных объектов Лемма Бернсайда.

1. Привести пример простого графа на 6 вершинах, группа автоморфизмов которого тривиальна.
2. Построить простой граф, группа автоморфизмов которого изоморфна  $C_3$ .
3. Построить 3-регулярный граф на 12 вершинах, группа автоморфизмов которого тривиальна.
4. Доказать, что порядок группы автоморфизмов любого турнира есть нечетное число.
5. Доказать, что если граф  $G$ , построенный на  $n$  вершинах, является самодополненным, то либо  $n$ , либо  $n - 1$  делится на 4.
6. Сколько существует различных 4-регулярных простых непомеченных графов, построенных на семи вершинах?
7. Семь человек садятся за круглый стол. Считается, что способы рассадки этих людей совпадают, если при каждой такой рассадке любой человек имеет около себя одних и тех же соседей. Сколько возможных способов рассадки людей вокруг стола существует?
8. Подсчитать количество различных ожерелий, состоящих из пяти камней красного цвета и двух камней синего цвета.
9. Подсчитать количество геометрически различных способов окраски вершин квадрата в не более чем два цвета.
10. Подсчитать с помощью леммы Бернсайда количество геометрически различных способов окраски вершин квадрата в не более чем два цвета.
11. Описать группу симметрий куба.
12. Построить самодополненный граф на 8 вершинах. Доказать, что самодополненный граф  $G$ , построенный на  $n$  вершинах, существует тогда и только тогда, когда  $n$  или  $n - 1$  делится на 4 .