Восьмое занятие

1. Верно ли, что если в простом графе G существует эйлеров цикл, то в нем существует и гамильтонов цикл? Верно ли обратное утверждение, а именно, верно ли, что если в простом графе существует гамильтонов цикл, то в нем существует и эйлеров цикл?

2. Доказать, что в графе G, в котором существует гамильтонов цикл, точки сочленения отсутствуют.

3. Подсчитать количество гамильтоновых циклов в полном двудольном графе $K_{n,n}$, $n > 1$.

4. Построить граф на пяти вершинах, имеющий в точности a) 1 цикл, b) 6 циклов, c) 22 цикла, d) 13 циклов.

5. Доказать, что невозможно обойти конём все клетки шахматной доски размерами $m \times n$, проходя каждую клетку лишь один раз и вернувшись в ту клетку, с которой начался обход, в случае, если m и n являются нечетными числами.

6. Доказать, что для шахматной доски размерами 3×6 невозможно конем обойти все клетки доски, проходя каждую клетку лишь один раз и вернувшись в ту клетку, с которой начался обход.

7. Доказать, что среди $n > 3$ вершин сильно связного турнира T найдутся по крайней мере две вершины x, такие, что орграф $T - x$ остается сильно связным.

8. Привести пример графа G с $\kappa(G) = 2$, $\lambda(G) = 3$, $\delta(G) = 4$.

9. Доказать, что $\kappa(G) < n - 1$ для всех графов G, отличных от K_n.

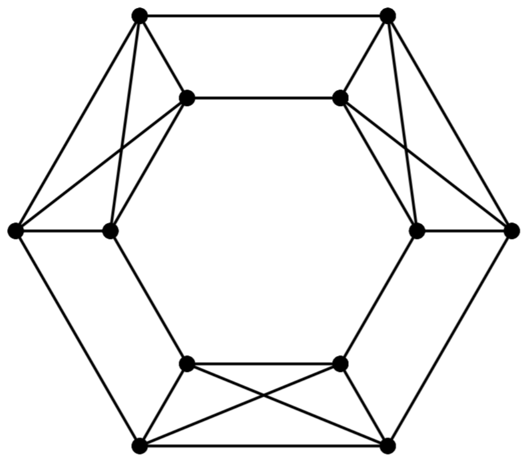

Рис. 1

10. Определить значения $\kappa(G)$, $\lambda(G)$ и $\delta(G)$ для графа, показанного на рис.1.

11. Пусть G есть простой связный граф, в котором $\delta(G) \geq (n + k - 2)/2$, где n — количество вершин в графе, $n \geq k + 1$. Доказать, что в этом случае G является k-связным графом, то есть что $\kappa(G) \geq k$.