

Домашнее задание

1. Вычислить интеграл

$$\text{а) } \int_0^1 \sqrt[3]{\frac{1-x}{x}} \frac{dx}{(x-2)^2}, \quad \text{б) } \int_0^{+\infty} \frac{\ln(x) dx}{\sqrt{x}(x^2+1)}.$$

2. Исследовать равномерную сходимость интеграла

$$\int_0^1 x^{p-1} \ln^q \left(\frac{1}{x} \right) dx,$$

если а) $p \geq p_0 > 0$; б) $p > 0, q > -1$.

3. Отобразите конформно внутреннюю часть Рас-Ман с открытым ртом во внутреннюю часть Рас-Ман с закрытым ртом так, чтобы глаз и кончик рта остались неподвижными (точки $i/2, 0$).

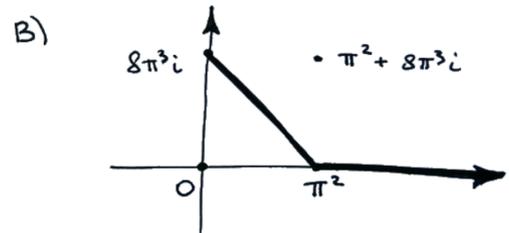
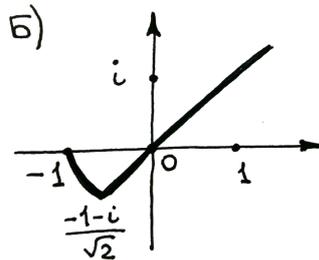
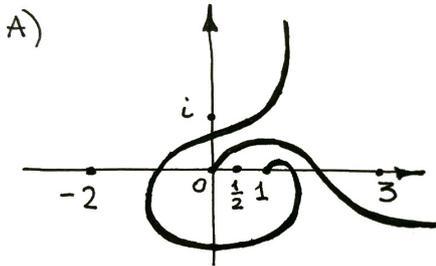


4. Рассмотрим функцию $f(z)$ в области D с разрезами (см. картинки). Убедитесь, что в этой области можно выделить регулярную ветвь функции $f(z)$ и найдите значения $f(a)$:

А) $f(z) = (z^3 - z^2)^{1/3}; \quad f(3) = 18^{1/3}; \quad a = 1/2, a = -2, a = i.$

Б) $f(z) = \sqrt{\pi^2 + \text{Ln}^2(z)}; \quad f(1) = \pi; \quad a = i.$

В) $f(z) = (z - \pi^2)^{1/2} + (z - 8\pi^3 i)^{1/3} + \ln(z - \pi^2); \quad f(0) = 2 \ln(\pi) + \pi\sqrt{3}(\sqrt{3}i - 1); \quad a = \pi^2 + 8\pi^3 i.$



5. Вычислите криволинейный интеграл второго рода

$$\int_{\Gamma} (x^4 + 4xy^3) dx + (6x^2y^2 - 5y^4) dy,$$

где Γ — дуга кривой с началом в точке $A(-2, -1)$ и концом в точке $B(0, 3)$.

6. Вычислить интеграл

$$\int_{\Gamma} ye^{-x} dx,$$

где Γ есть участок кривой

$$x = \ln(1 + t^2), \quad y = 2 \arctg(t) - t + 3, \quad t \in [0, 1].$$