

Домашнее задание #8, 23.11

1. Дана функция

$$f(x, y) = \frac{1}{2}(x^2 + 69y^2)$$

Реализовать градиентный спуск для этой функции.

(1б) Реализовать метод тяжелого шарика

$$x_{k+1} = x_k - \alpha \nabla f(x_k) + \beta(x_k - x_{k-1}).$$

(1б) Реализовать метод Нестерова.

(1б) Реализовать метод Чебышева, т. е. подобрать коэффициенты α_k в

$$x_k = x_0 - \sum_{i=0}^{k-1} \alpha_{ik} \nabla f(x_i)$$

так, чтобы выполнялось

$$x_k - x^* = P_k(A)(x_0 - x^*),$$

где $P_k(A)$ – многочлен с младшим коэффициентом 1, имеющий наименьшее максимальное отклонение от нуля на отрезке $[1, 69]$.

(2б) Реализовать предыдущий пункт так, чтобы пересчет x_{k+1} по x_k занимал время $\mathcal{O}(1)$.

2. Дана функция

$$f(x, y) = e^{x+3y-0.1} + e^{x-3y-0.1} + e^{-x-0.1}$$

Реализовать градиентный спуск для этой функции.

(2б) Реализовать метод Нестерова для этой функции.

Заметка. По всем пунктам: вход – количество итераций k , выход – статистика на последней итерации.