

Задание 1 (на 17.02).

Языком будем называть подмножество множества конечных булевых слов. Язык $L \subseteq \{0, 1\}^*$ разрешим алгоритмом A , если $A(x) = L(x)$.

СС 1. Придумайте систему доказательств для языка алгоритмов, которые останавливаются хотя бы на одном входе.

СС 2. Известно, что произведение матриц размера $n \times n$ можно посчитать за $O(n^\omega)$, где $\omega = 2.37\dots$. Придумайте доказательство того, что произведение двух матриц размера $n \times n$ не ноль, которое можно проверить за $O(n^2)$ (будем считать, что произвольный элемент матрицы можно записать на рабочую ленту МТ за $O(\log(n))$).

СС 3. Граф задан матрицей смежности. Как доказать, что он не двудольный? Доказательство должно проверяться за $O(V \log V)$, где V — число вершин в графе (будем считать, что произвольный элемент матрицы можно записать на рабочую ленту МТ за $O(\log(|V|))$).

СС 4. Хорновской формулой называется формула в КНФ, в которой в каждый дизъюнкт максимум одна переменная входит без отрицания. Предъявите полиномиальный алгоритм для определения выполнимости хорновских формул.

СС 5. Рассмотрим язык выполнимых формул в КНФ, где каждый клок либо хорновский, либо состоит из двух литералов. Пусть у вас есть алгоритм A , который разрешает данный язык за полиномиальное время. Предъявите алгоритм, который разрешает любую КНФ формулу за полиномиальное время.

СС 6. Пусть функции $f, g : \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$ можно посчитать с использованием $O(\log(n))$ памяти (память считается только на рабочих лентах, входная лента доступна только для чтения, а по выходной ленте головка машины Тьюринга движется только слева направо). Докажите, что функцию $f(g(x))$ можно также посчитать с использованием $O(\log(n))$ памяти.

СС 7. Рассмотрим язык графов с гамильтоновым циклом. Пусть у вас есть алгоритм A , который разрешает данный язык за полиномиальное время. Предъявите алгоритм, который по графу выдает гамильтонов цикл за полиномиальное время.

СС 8. Пусть $L_1, L_2 \in NP$. Принадлежит ли объединение этих языков NP ? А пересечение?

СС 9. Покажите, что язык выполнимых формул в 2-КНФ принадлежит классу P .