Раскраска графов(ДЗ).

24 февраля 2017 г.

1. Доказать, что хроматическое число $\chi((G)$ любого связного графа G равно максимальному из хроматических чисел его блоков.

2. Предположим, что в графе G имеет место такое разбиение множества $V(G)$ вершин графа G, $V(G) = n$, на множества B_i, $i \in \{1, 2, \ldots, m\}$, при котором для любой пары множеств B_i, B_j найдется нара несмежных между собой вершин $x_i \in B_i, x_j \in B_j$. Доказать, что такой граф можно покрасить в $n - m + 1$ цветов.

3. Доказать, что для любого графа G на n вершинах выполнены следующие неравенства:
$$\chi(G) \cdot \chi(\bar{G}) \geq n, \chi(G) + \chi(\bar{G}) \leq n + 1.$$

4. Пусть $(d_1, d_2, \ldots d_n)$ есть степенная последовательсноть простого связного графа G. Доказать, что
$$\chi(G) \leq 1 + \max_i \min\{d_i, i - 1\}.$$

5. Доказать, что если $\chi(G - x - y) = \chi(G) - 2$ для любой пары вершин графа G, то G представляет собой полный граф, построенный на $n = \chi(G)$ вершинах.

6. Пусть l есть длина наибольшего пути в графе G. Доказать, что $\chi(G) \leq l$.

7. Рассмотрим множество прямых на плоскости, никакие три из которых не пересекаются в одной точке. Образуем граф G, вершинами которого будут являться точки пересечения этих прямых, а ребрами – отрезки, соединяющие две соседние точки пересечения на одной прямой. Доказать, что $\chi(G) \leq 3$.