

Циркуляции и напряжения. Электрические сети

Домашнее задание №5

6 октября 2017 г.

Обязательная часть

1. (1.5 балла). В параграфе, посвященном матричной теореме о деревьях, мы доказали следующее утверждение. Пусть S есть произвольный набор из $(n - 1)$ -го ребра орграфа D , а B_S есть подматрица базисной матрицы, столбцы которой отвечают ребрам из набора S . Определитель $\det(B_S) \neq 0$ тогда и только тогда, когда индуцированный S подграф T соответствующего D графа G представляет собой остовное дерево G . Доказать это утверждение, используя полученные в данном параграфе результаты.

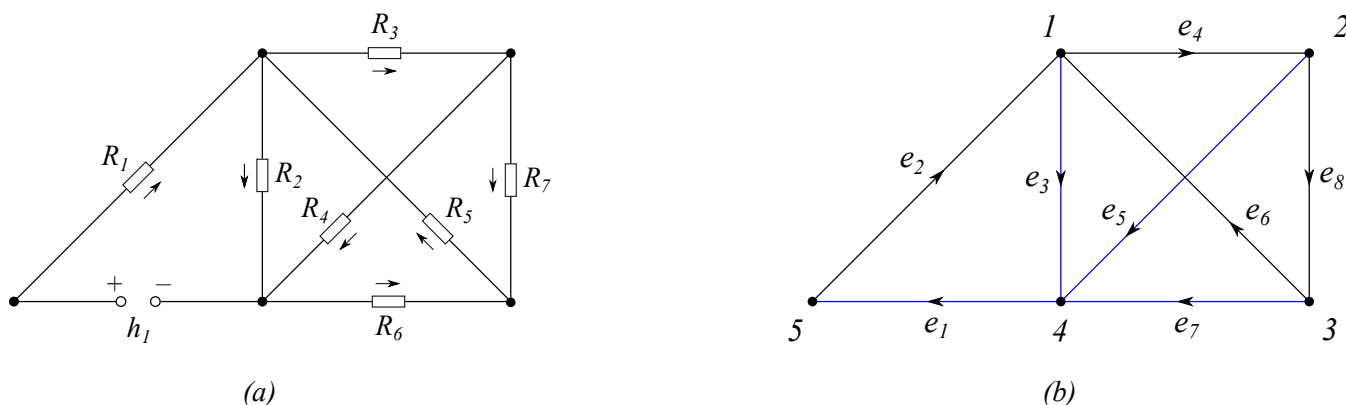


Рис. 1

2. (1.5 балла). Пусть D есть связный орграф, B — базисная матрица пространства \mathcal{B} . С использованием результатов данного параграфа и предыдущего упражнения доказать, что количество $t(D)$ остовных деревьев рассчитывается по формуле

$$t(D) = \det(B \cdot B^T).$$

3. (1.5 балла). Для электрической цепи, показанной на рис.1,а, а также для соответствующего ей орграфа, показанного на рис.1,б, найти токи в цепи в случае, когда все сопротивления R_j , $j = 2, \dots, 8$, равны единице, а напряжение $h = 12$.
4. (2 балла). Определить токи в орграфе, показанном на рис.2, при условии, что все сопротивления равны единице, а между вершинами x и y имеется электродвижущая сила h , величина которой равна 61. Используя этот результат, построить соответствующую полученному взвешенному орграфу D квадрангуляцию прямоугольника.

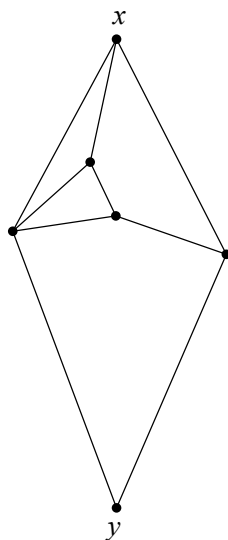


Рис. 2

Дополнительная часть

1. (2 балла). Совершенным кубом называется куб, разбитый на более мелкие кубики попарно различных размеров. Доказать, что совершенный куб существовать не может.

Найти ошибку в решении, рассказанном на практике и предложить корректное решение.

2. (2 балла). Совершенным кубом называется куб, разбитый на более мелкие кубики попарно различных размеров.

Доказать или опровергнуть существование совершенного куба, если кубиков может быть бесконечно много и нужно покрыть только все внутренние точки куба, но не обязательно покрывать границу.